Universidade Federal do Pará
Instituto de Ciências Exatas e Naturais
Programa de Mestrado em Matemática e Estatística
II Exame de Qualificação de Álgebra Linear (Mestrado)

Aluno(a):____

Matrícula:____________________ Data:____________________

1. (2,0 pts) Sejam W_1 e W_2 subespaços de um espaço vetorial V de dimensão finita. Mostre que $(W_1 + W_2)^0 = W_1^0 \cap W_2^0$.

2. (2,0 pts) Seja $T : V \longrightarrow V$ um operador linear. Mostre que $T^2 = 0$ se, e somente se, $\operatorname{Im} T \subset \operatorname{Nuc} T$.

3. (2,0 pts) Sejam $V = \mathbb{R}^4$, $T \in L(V, V)$ definido por $T(a, b, c, d) = (a + b, b - c, a + c, a + d)$ e $v = (1, 0, 0, 0)$.

(a) (1,0 pt) Encontre uma base ordenada para o subespaço T-cíclico de V gerado por v.

(b) (1,0 pt) Seja W o susbespaço T-cíclico encontrado no ítem (a), encontre o polinômio característico $p_{T'}(x)$ do operador $T' : W \to W$ dado por $T'(w) = T(w)$, $\forall\, w \in W$.

4. (2,0 pts) Seja $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ dada por $T(x, y, z) = (x - 2y, z, x + y)$. Mostre que T é um isomorfismo e calcule T^{-1}.

5. (2,0 pts) Seja $T : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ um operador linear cuja matriz em relação a base canônica é

$$[T]_{\mathcal{C}} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

(a) (1,0 pt) Encontre o polinômio característico e o polinômio minimal de T.

(b) (1,0 pt) Qual a forma de Jordan desse operador?

Boa Prova!