

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
II EXAME DE QUALIFICAÇÃO DE CÁLCULO AVANÇADO

Data: 10/12/2018

A prova é constituída de 5 (cinco) questões valendo 2(dois) pontos cada totalizando 10 (dez) pontos;

A prova deverá ser realizada com caneta esferográfica azul ou preta;

Não é permitido o uso de aparelhos eletrônicos durante a realização da prova;

Somente serão consideradas as questões devidamente justificadas;

Não é permitido destacar folhas do caderno de questões.

1.(2pts) Defina conjunto convexo em \mathbb{R}^n e prove que $B[a, r]$ é um conjunto convexo.

2.(2pts) Prove que a imagem $f(K)$ do conjunto compacto $K \subset X$ por uma aplicação contínua $f : X \rightarrow \mathbb{R}^n$ é um conjunto compacto.

3.(2pts) Defina diferenciabilidade de uma aplicação $f : U \rightarrow \mathbb{R}^n$ onde $U \subset \mathbb{R}^m$ aberto e exiba um exemplo de aplicação diferenciável justificando seu exemplo.

4.(2pts) Defina a integral de um caminho $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$ e prove que

$$\int_a^b f(t)dt = \left(\int_a^b f_1(t)dt, \dots, \int_a^b f_n(t)dt \right).$$

5.(2pts) Seja $A \subset \mathbb{R}^n$ um bloco. Prove que toda função $f : A \rightarrow \mathbb{R}^n$ contínua é integrável.