

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
I EXAME DE QUALIFICAÇÃO
CÁLCULO AVANÇADO

Aluno:

Data: 06/08/2018

A prova é constituída de 5 (cinco) questões valendo 2(dois) pontos cada totalizando 10 (dez) pontos;

A prova deverá ser realizada com caneta esferográfica azul ou preta;

Não é permitido o uso de aparelhos eletrônicos durante a realização da prova;

Somente serão consideradas as questões devidamente justificadas;

Não é permitido destacar folhas do caderno de questões.

1.(2,0 pts) Classifique cada uma das sentenças abaixo como verdadeira ou falsa. Justifique cada uma das alternativas.

(a) () Para todo $x \in \mathbb{R}^n$ tem-se $\|x\|_M \leq \|x\| \leq \|x\|_S \leq n\|x\|_M$.

(b) () Se $f : I \rightarrow \mathbb{R}^n$ é um caminho diferenciável tal que $\|f(t)\| = c$ (c constante) então $f(t)$ é perpendicular a $f'(t)$.

(c) () Para quaisquer $X, Y \subset \mathbb{R}^n$ vale $\overline{X \cap Y} = \overline{X} \cap \overline{Y}$.

(d) () A interseção de infinitos abertos é ainda um conjunto aberto.

2.(2,0 pts) Sejam $f, g : I \rightarrow \mathbb{R}^n$ caminhos diferenciáveis em $t_0 \in I$. Prove que a função $\langle f, g \rangle$ é diferenciável em t_0 e vale $\langle f, g \rangle'(t_0) = \langle f'(t_0), g(t_0) \rangle + \langle f(t_0), g'(t_0) \rangle$.

3.(2,0 pts) Prove que toda função $h : A \rightarrow \mathbb{R}$ de classe C^1 é diferenciável onde $A \subset \mathbb{R}^n$ aberto.

4. (2,0 pts) Prove que a aplicação $S : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ dada por $S(x, y) = x + y$ é diferenciável e calcule sua derivada.

5. (2,0 pts) Defina soma inferior e superior de uma função $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ relativa a uma partição P , onde A é um bloco n -dimensional, e mostre que $s(f, P) \leq S(f, P)$.