Universidade Federal do Pará
Curso de Mestrado em Matemática
Exame de Qualificação de Álgebra Linear

Nome:____ **Matrícula:**______________

Atenção: A prova é individual e sem consulta. Não é permitido o uso aparelhos eletrônicos.

1ª Questão: (1 ponto) Considere os seguintes subespaços do espaço vetorial $\mathbb{R}^3$:

$$\begin{aligned} W_1 &= \{(2x+y, 2x-y, x+2y) \ ; \ x, y \in \mathbb{R}\}, \\ W_2 &= \langle (0,1,3), (1,-1,2), (1,0,5) \rangle. \end{aligned}$$

Calcule a dimensão de W_1, W_2, $W_1 \cap W_2$ e $W_1 + W_2$.

2ª Questão: (1 ponto) Encontre uma base para a imagem e uma base para o kernel do operador linear sobre o $\mathbb{R}^3$ dado por $T(x,y,z) = (x+y+2z, 2x+y-3z, 4x+3y+z)$.

3ª Questão: (2 pontos) Sejam a matriz

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix},$$

$M_3(\mathbb{R})$ o espaço vetorial das matrizes de ordem 3×3 sobre $\mathbb{R}$ e $T : M_3(\mathbb{R}) \longrightarrow M_3(\mathbb{R})$ o operador linear definido por $T(X) = AX$. Verifique se T é diagonalizável e, em caso afirmativo, encontre uma base de T constituída por vetores característicos de T.

4ª Questão: (3 pontos) Seja T o operador linear sobre o $\mathbb{R}^3$ definido por

$$T(x,y,z) = (2x+2y+z, y+2z, 3y-4z).$$

Encontre a forma racional de T e uma base do $\mathbb{R}^3$ com relação a qual a matriz T está na forma racional.

5ª Questão: (3 pontos) Encontre a forma de Jordan da matriz

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & -4 & 0 & -3 \end{bmatrix}.$$