



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
MESTRADO EM MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

Jairo Jaques dos Passos

Limites do *VaR Pré* a partir dos Modelos de
Longa Dependência, de Intervenção e de Volatilidade

Orientador: Prof. Edson Marcos Leal Soares Ramos, *Dr.*

Belém
2008

Jairo Jaques dos Passos

Limites do *VaR Pré* a partir dos Modelos de
Longa Dependência, de Intervenção e de Volatilidade

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Matemática e Estatística.

Área de Concentração: Métodos Estatísticos - Séries Temporais

Orientador: Prof. Edson Marcos Leal Soares Ramos, *Dr.*

FICHA CATALOGRÁFICA

P289l **Passos, Jairo Jaques dos**

Limites do VaR Pré a partir dos Modelos de Longa Dependência, de Intervenção e de Volatilidade / Jairo Jaques dos Passos. Belém, 2008.

79 f.

Dissertação (Mestrado em Matemática e Estatística), Universidade Federal do Pará. Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística. Belém, 2008.

Orientador: Prof. Dr. Edson Marcos Leal Soares Ramos.

**1. VALOR EM RISCO 2. LONGA DEPENDÊNCIA
3. ANÁLISE DE INTERVENÇÃO 4. MODELOS DE
VOLATILIDADE I. Título.**

CDD: 519.5

Jairo Jaques dos Passos

Limites do *VaR Pré* a partir dos Modelos de
Longa Dependência, de Intervenção e de Volatilidade

Esta Dissertação foi julgada e aprovada, para a obtenção do grau de Mestre em Matemática e Estatística no Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística da Universidade Federal do Pará.

Belém, 28 de janeiro de 2008

Prof. Mauro de Lima Santos, *Dr.*
(Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística - UFPA)

Banca Examinadora

Prof. Edson Marcos Leal Soares Ramos, *Dr.*
Universidade Federal do Pará
Orientador

Prof. André A. A. Montenegro Duarte, *Dr.*
Universidade Federal do Pará
Examinador

Profª. Sílvia dos Santos de Almeida, *Dra.*
Universidade Federal do Pará
Examinadora

Prof. Manoel Raimundo Sena Júnior, *Dr.*
Universidade Federal de Pernambuco
Examinador

Aos meus filhos

Agradecimentos

- ★ A Deus, todo poderoso, que me concedeu o dom da vida e a razão de toda a minha existência e fé.
- ★ A minha esposa Nélia Leal, que me apoiou incondicionalmente pela busca de conhecimento e sabedoria.
- ★ Ao meu orientador, Prof. Dr. Edson Marcos Ramos, pelas orientações acadêmicas.
- ★ A Universidade Federal do Pará e ao Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística.
- ★ A Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística, representado pelo Prof. *Dr.* Mauro de Lima Santos.
- ★ Aos Professores, Dr. Héilton Ribeiro Tavares, Dr. Marcus Pinto da Rocha, Dra. Terezinha Ferreira e Dr. Joaquim Queiroz, que tiveram uma grande contribuição nesta caminhada.
- ★ Ao Banco da Amazônia através da Sra. Rosa Klautau e Ana Paula Bulhões, pelo incentivo e por acreditarem no meu sonho.
- ★ Aos companheiros da Gerência de Riscos Financeiros do Banco da Amazônia, Antonilson Muniz, Paulo Fernandes e Zilda Gama, pela força e incentivo que me ofereceram.
- ★ Aos amigos Camil Salame, Dennison Carvalho, Fábio Hipólito, Gustavo Miglio, João Ulisses, Sandra Lima e Raquel Albuquerque, pelas longas horas de estudo, discussões, ajuda mútua e companherismo.
- ★ A turma do Mestrado em Estatística de 2006 do Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística pelo estímulo e pelo companherismo que me proporcionaram ao longo do curso.
- ★ E a todos que de alguma forma me ajudaram diretamente ou indiretamente, para a construção deste trabalho.

A distinção entre passado, presente e futuro é apenas uma ilusão teimosamente persistente.

Albert Einstein.

Resumo

PASSOS, Jairo J. Limites do *VaR Pré* a partir dos Modelos de Longa Dependência, de Intervenção e de Volatilidade. 2008. Dissertação (Mestrado em Matemática e Estatística - PPGME, UFPA, Belém - PA, Brasil).

Esta dissertação apresenta a série diária dos valores em risco (*Value at Risk*), das operações financeiras pré-fixadas do Banco da Amazônia, submetida aos critérios de seleção dos modelos de séries temporais, com intuito de se estabelecer os valores máximo e mínimo e a volatilidade, a partir dos modelos de Longa Dependência, de Intervenção e de Volatilidade. O presente trabalho envolve cinco etapas principais: um relato sobre Medidas de Risco; uma visão geral de Séries Temporais; um estudo sobre Longa Dependência e Análise de Intervenção; uma descrição dos Modelos de Volatilidade e a Aplicação e Resultados do estudo. No relato sobre Medidas de Risco, faz-se uma exposição conceitual sobre o *VaR*, sua forma de cálculo e seus objetivos básicos, assim como uma breve descrição de *Stress* e *Stop-Loss*. Na visão geral de Séries Temporais, são mostrados os principais modelos *ARIMA* e uma descrição dos processos estocásticos. No estudo sobre Longa Dependência e Análise de Intervenção são expostos em detalhes os testes e estimação dos modelos *ARFIMA*, assim como, os tipos e os efeitos de intervenção. Na descrição dos Modelos de Volatilidade são apresentados o conceito de retorno e volatilidade e os principais modelos heterocedásticos. Na etapa de Aplicação e Resultados, apresentam-se detalhes sobre a modelagem e seus resultados. Um comparativo entre os métodos foi apresentado, indicando como melhor modelo, o modelo *AR(1)* com intervenção, para modelagem dos valores máximo e mínimo e o modelo *EGARCH(1)* para a modelagem da volatilidade.

Palavras-chave: *Valor em Risco. Longa Dependência. Análise de Intervenção. Modelos de Volatilidade.*

Abstract

PASSOS, J. J. Limits of VaR Pre from Models Long Dependence, of Intervention and of Volatility. 2008. Dissertation (Masters Degree in Mathematics and Statistics - PPGME, UFPA, Belém - PA, Brasil).

This dissertation presents a series of daily value at risk of financial operations pre-set by the Banco da Amazônia, subject to the criteria for selection of models for time series, with a view to establish the maximum and minimum values and volatility from the model Long Dependence of Intervention and Volatility. This work involves five steps highlights: a report on Measures of Risk; a general vision of Time Series; a study on Long Dependence and Intervention Analysis, a description of Models of Volatility and Implementation and Results of the study. In reporting on Measures of Risk, it is an exhibition on the conceptual VaR, its way of calculating and its basic objectives, as well as a brief description of Stress and Stop-Loss. In the general vision of Time Series, are shown the main ARIMA models and a description of stochastic processes. In the study on Long Dependence and Intervention Analysis are exposed in detail the testing and estimation of the models ARFIMA as well as the types and the effects of intervention. In the description of the Models of Volatility are presented the concept of return and volatility and the main models heteroscedastic. At the stage of implementation and results, were details on the modeling and results. A comparison between the methods was presented, showing how to better model, the model AR(1) with speech, modeling for the maximum and minimum values and model EGARCH(1) for the modeling of volatility.

Key words: *Value at Risk. Long Dependence. Intervention Analysis. Models of Volatility.*

Sumário

Resumo	viii
Abstract	ix
Lista de Tabelas	xiii
Lista de Figuras	xiv
1 1. Introdução	1
1.1 Aspectos Gerais	1
1.2 Justificativa e Importância do Trabalho	3
1.3 Hipótese Básica da Dissertação	3
1.4 Objetivo Geral	3
1.4.1 Objetivos Específicos	3
1.5 As Limitações do Trabalho	4
1.6 Estrutura do Trabalho	4
2 2. Medidas de Risco	5
2.1 Introdução	5
2.2 Value at Risk - VaR	6
2.2.1 Regulação Bancária	6
2.2.2 Cálculo do VaR	7
2.2.3 Objetivos Básicos	9
2.3 Stress	9
2.4 Stop-Loss	10
3 3. Visão Geral de Séries Temporais	11
3.1 Aspectos Fundamentais	11
3.2 Processos Estocásticos no Domínio do Tempo	12
3.2.1 Processo Estacionário	12
3.2.2 Função de Autocorrelação	13
3.2.3 Função de Autocorrelação Parcial	14
3.2.4 Função de Autocorrelação Inversa	14
3.2.5 Modelo AR	14
3.2.6 Modelo MA	15
3.2.7 Modelo ARMA	15
3.2.8 Modelo ARIMA	15
3.2.9 Sazonalidade Estocástica	16

3.2.10	Modelo SARIMA	17
3.3	Processos Estocásticos no Domínio da Frequência	17
3.3.1	Função Espectral	18
3.3.2	Periodograma	18
4	4. Longa Dependência e Análise de Intervenção	19
4.1	Longa Dependência	19
4.2	Propriedade da Longa Dependência	21
4.3	Testes para Longa Dependência	22
4.3.1	Estatística R/S	22
4.3.2	Teste GPH	23
4.4	Modelos ARFIMA	23
4.4.1	Operador de Diferença Fracionária	24
4.4.2	O Modelo ARFIMA(θ, d, θ)	24
4.4.3	O Modelo ARFIMA(p, d, q)	25
4.4.4	Função de Densidade Espectral	26
4.5	Métodos de Estimação dos Modelos ARFIMA	26
4.5.1	Método de Estimação de Máxima Verossimilhança	27
4.5.2	Método de Estimação GPH	28
4.6	Análise de Intervenção	29
4.7	Tipos de Intervenção	32
4.8	Efeitos da Intervenção	34
4.9	Teste de Intervenção	35
4.10	Função de Transferência	36
4.10.1	Identificação da Função de Transferência	37
4.11	Gráfico MMEP	38
5	5. Modelos de Volatilidades	40
5.1	Retornos	40
5.1.1	Características e Fatos Estilizados dos Retornos	41
5.1.2	Volatilidade	41
5.2	Modelos ARCH(r)	42
5.3	Modelos GARCH(r,s)	44
5.4	Modelos EGARCH(p,q)	45
5.5	Modelos IGARCH	46
5.6	Modelos FIGARCH	46
6	6. Análise Empírica e Resultados	48
6.1	Introdução	48
6.2	Descrição dos Dados	48
6.3	Análise Comportamental da Série	50
6.4	Análise Espectral	53
6.5	Teste de Longa Dependência e Estimação do Parâmetro d	54
6.6	Estimação dos Modelos ARFIMA	56
6.7	Análise de Intervenção	57
6.8	Modelagem da Volatilidade	61
6.9	Comparativo e Escolha dos Modelos	67

6.10	Estimação dos Máximos e Mínimos e Limites do VaR Pré	67
7	7. Considerações Finais	69
7.1	Conclusões	69
7.2	Recomendações	70
	Referências	71
	ANEXO A	75

Lista de Tabelas

6.1	Estatísticas descritivas da série VaR Pré, para o período de julho/2005 a junho/2007.	50
6.2	Resultados dos testes para memória longa da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	54
6.3	Valores estimados para o parâmetro d da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	55
6.4	Valores estimados dos modelos ARFIMA, ajustados a série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	56
6.5	Valores dos parâmetros estimados do modelo AR(2) com intervenção, ajustado a série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	59
6.6	Valores dos parâmetros estimados do modelo AR(1) com intervenção, ajustado a série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	60
6.7	Estatísticas descritivas dos log-retornos da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	62
6.8	Modelos de volatilidade ajustados aos log-retornos da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	63
6.9	Erros de previsões da volatilidade estimada pelos modelos EGARCH(1) e GARCH(1,1) dos log-retornos da série Var Pré, para períodos fora da amostra.	66
6.10	Erros de previsões dos modelos AR(1) com intervenção, ARFIMA(1,d,0) e AR(2) sem intervenção, ajustados à série VaR Pré, para períodos fora da amostra.	67
6.11	Intervalos de confiança para os valores mínimo e máximo da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	68
6.12	Limites inferior e superior estimados para o VaR Pré, a partir da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	68
1	Comparativo entre as previsões da volatilidade estimadas pelos modelos GARCH e EGARCH, ajustados aos log-retornos da série VaR Pré, e a volatilidade histórica para períodos fora da amostra.	75
2	Comparativo entre as previsões dos modelos ARFIMA (1,d,0), AR(1) com intervenção e AR(2) sem intervenção, ajustados à série VaR Pré, para períodos fora da amostra.	76
3	Simulação de cenários de Stress com a utilização dos limites do VaR Pré. .	76

Lista de Figuras

4.1	FAC das séries simuladas ARFIMA(1,d,1).	20
4.2	Representação gráfica das intervenções dos tipos pontual, degrau e rampa.	33
5.1	Simulação dos erros e da volatilidade do modelo ARCH(1).	43
6.1	Valores em Risco das operações pré-fixadas, no mercado financeiro, do Banco da Amazônia, no período de julho/2005 a junho/2007.	49
6.2	Histograma e gráfico de probabilidades Normal da série Var Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	50
6.3	Função de distribuição acumulada teórica e empírica da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	51
6.4	FAC e FACP da série VaR Pré original, para o período de julho/2005 a junho/2007.	52
6.5	FAC e FACP da série VaR Pré diferenciada, no período de julho/2005 a junho/2007.	52
6.6	Periodogramas da série Var Pré original e diferenciada, no período de julho/2005 a junho/2007.	53
6.7	Gráfico log-log da estatística R/S da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007 e gráfico log-log da estatística R/S de uma série simulada.	55
6.8	FAC e FACP dos resíduos do modelo ARFIMA(1,d,0) ajustado à série Var Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	57
6.9	Gráfico da Média Móvel Exponencialmente Ponderada da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	57
6.10	FAC e FACP do modelo ARIMA(2,0,0), ajustado a série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	58
6.11	Série VaR Pré diferenciada, no período de julho/2005 a junho/2007.	59
6.12	FAC e FACP dos resíduos do modelo de intervenção AR(1), ajustado a série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	60
6.13	Gráfico dos log-retornos da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	61
6.14	FAC e FACP dos log-retornos da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	62
6.15	Variâncias estimadas dos modelos GARCH e EGARCH ajustados aos log-retornos da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	64
6.16	Intervalo de confiança dos modelos GARCH(1,1) e EGARCH(1), ajustados aos log-retornos da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	65
6.17	Desempenho dos modelo GARCH(1,1) e EGARCH(1) para previsões da volatilidade dos log-retornos da série VaR Pré, para períodos fora da amostra.	66

1	Quadro dos log-retornos da série VaR Pré (<i>1ª parte</i>).	77
2	Quadro dos log-retornos da série VaR Pré (<i>2ª parte</i>).	78
3	Gráficos dos resíduos dos modelos AR(2) sem intervenção e de longa dependência, ajustados à série VaR Pré, no Período de julho/2005 a junho/2007.	79
4	Gráficos dos resíduos, dos valores estimados e previsões do modelo AR(1) com intervenção, ajustados à série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.	79

1. Introdução

1.1 Aspectos Gerais

Acontecimentos marcantes, no mercado financeiro mundial, ocorridos nos anos 1990, como a falência do Banco Barings, foram responsáveis por mudanças significativas no comportamento das séries financeiras e econômicas. Tais acontecimentos tiveram como consequência, uma maior busca por modelos que captassem e se ajustassem a essas mudanças de comportamento de uma forma rápida e eficaz. Dentre esses, os modelos de intervenção e de volatilidade, ganharam nos últimos anos um grande destaque.

Os modelos de intervenção na formulação clássica de séries temporais, são basicamente caracterizados por variáveis indicativas *dummy*¹, que tentam captar a influência de eventos anormais (esses eventos podem ser transientes ou estruturais) no processo gerador da série, e pela função de resposta esperada após a intervenção, ou seja, após a ocorrência do evento. Além disso, é preciso que a intervenção seja realizada no período amostral da série; isto significa dizer a modelagem só considera intervenções ocorridas durante o período amostral. (MIGON; BRASIL, 1986).

A intervenção, muitas vezes, pode estar obscura por três fontes de “ruídos”: tendência, sazonalidade e o erro aleatório. O fato de existir tendência na série pode induzir o pesquisador a tirar falsas conclusões, pois o surgimento de uma inclinação ou uma mudança de nível na série, pode ocorrer devido a uma tendência.

Associado aos modelos de intervenção, o estudo da propriedade de longa dependência ou memória longa em séries temporais no domínio do tempo, está relacionada à persistência nas autocorrelações amostrais, isto é, apresentam dependência significativa entre observações separadas por um longo intervalo de tempo e a sua função de autocorrelação não é absolutamente convergente (MORETTIN, 2006). No domínio da frequência, a longa dependência aparece como a característica na qual a função densidade espectral torna-se ilimitada para frequências muito pequenas, em torno do zero.

¹ As variáveis indicativas ou regressor *dummy*, são variáveis binárias que assumem somente valores 0 e 1.

As séries temporais com atributo de longa dependência apresentam algumas características fundamentais, tais como: um lento decaimento das autocorrelações; o número excessivo de parâmetros do modelo autoregressivo necessário para capturar a dependência da série e a indicação de não estacionariedade da série original a partir das autocorrelações. Essas são algumas das características que mostram como deve se comportar uma série temporal com atributos de longa memória.

Uma outra característica é o comportamento da série diferenciada, que pode parecer super-diferenciada. Ou seja, o processo de longa dependência situa-se entre os processos $I(0)$ (sem nenhuma diferenciação) e $I(1)$ (diferenciada uma vez). Um dos objetivos do estudo de séries temporais com características de longa dependência, é encontrar um modelo determinístico que possibilite um conhecimento amplo da estrutura que originou a série, e a partir desse conhecimento inferir resultados e previsões.

Em finanças, entretanto, em algumas situações, a modelagem do nível da série não é suficiente para a inferência da mesma, sendo necessário uma modelagem da sua variância. Nos últimos anos, a modelagem e previsão da variância (*volatilidade estatística*) em séries temporais tem sido um dos objetos de investigação teórica e empírica.

Diferente dos modelos de volatilidade implícita, cuja natureza depende da volatilidade futura, os modelos de volatilidade estatística se apoiam no comportamento passado dos preços dos ativos, isto é, são, por natureza, de indução retroativa. Dentre os principais modelos de volatilidade estatística estudados, destaca-se o modelo *ARCH*, desenvolvido para representar uma série com volatilidade instável, bem como as diversas ramificações desse modelo, posteriormente desenvolvida a partir da sua generalização, o modelo *GARCH*.

Dentro desse contexto, tomando como referência as diversas características de uma série temporal da área financeira, buscou-se como fonte de pesquisa, a série de valores em risco do mercado pré-fixado, o chamado *VaR Pré*, da instituição financeira Banco da Amazônia, para a análise de sua estrutura comportamental, por intermédio de um estudo comparativo de suas propriedades e dos resultados de modelagem e previsão, realizado a partir dos modelos de longa dependência, de intervenção e de volatilidade.

1.2 Justificativa e Importância do Trabalho

Este estudo é justificado em virtude da necessidade de se obter informações úteis e estratégicas do Risco de Mercado, de modo a apresentar subsídios ao planejamento de metas de rentabilidade e o potencial de perdas, medido pelo limite de *VaR*. Sendo a sua principal importância, servir como base de conhecimentos, gerando suportes à Gerência de Controle Internos e Riscos e nas tomadas de decisões futuras do Comitê de Ativos e Passivos do Banco da Amazônia, através de seus resultados. Portanto, esta dissertação além da finalidade que foi proposta, tem o intuito de servir como referência à elaboração de outros estudos relacionados ao risco de mercado.

1.3 Hipótese Básica da Dissertação

Parte-se da hipótese que, por intermédio dos valores estimados e preditos da série *VaR Pré*, possam ser estabelecidos valores máximos e mínimos (limites) do *VaR Pré*, a serem utilizados em diversos cenários de mercado.

1.4 Objetivo Geral

O objetivo desta dissertação é estabelecer limites confiáveis para o valor máximo e o valor mínimo e para a volatilidade (variância incondicional) da série *VaR Pré*, a partir da estimação e previsão dos seus valores, por intermédio dos modelos de Longa Dependência, de Intervenção e de Volatilidade.

1.4.1 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos desta dissertação, podem-se enumerar:

1. Apresentar os modelos de risco, com destaque para o *VaR*;
 2. Abordar os modelos básicos de séries temporais;
 3. Mostrar os modelos de longa dependência, ressaltando os estimadores para o parâmetro d dos modelos *ARFIMA* e versar sobre a análise de intervenção;
 4. Expor sobre os modelos de volatilidade para séries univariadas;
 5. Abordar a aplicação e resultados do estudo.
-

1.5 As Limitações do Trabalho

Como principal limitação deste estudo, têm-se:

- Informações confidenciais que restringiram parte da publicação dos resultados.

1.6 Estrutura do Trabalho

Esta dissertação encontra-se dividida em sete capítulos, a saber:

- Capítulo 1: Refere-se a introdução, onde são englobados a importância do trabalho, a hipótese, os objetivos geral e específicos, além de suas limitações;
 - Capítulo 2: Apresenta a revisão bibliográfica dos assuntos pertinentes ao tema principal do trabalho. Através desta revisão procura-se apresentar as características do *VaR*, o seu cálculo e objetivos básicos, assim como uma rápida referência de *Stress* e *Stop-Loss*;
 - Capítulo 3: Mostra uma abordagem geral de séries temporais e seus aspectos fundamentais, apresentando uma breve descrição dos processos estocásticos;
 - Capítulo 4: Faz a revisão bibliográfica das abordagens de longa dependência e da análise de intervenção, com destaque para a estimação do d dos modelos *ARFIMA*;
 - Capítulo 5: Mostra uma breve conceituação de retorno e de volatilidade, assim como, um descrição dos modelos de volatilidade;
 - Capítulo 6: Aborda a aplicação dos modelos e seus resultados;
 - Capítulo 7: Apresenta as conclusões e proposição de possíveis extensões a este trabalho.
-

2. Medidas de Risco

2.1 Introdução

Os negócios das empresas estão relacionados à administração dos riscos. Aquelas com maior competência obtêm êxito; outras fracassam. Embora algumas aceitem os riscos financeiros incorridos de forma passiva, outras se esforçam em conseguir alguma vantagem competitiva, expondo-se a riscos de maneira estratégica. Porém, em ambos os casos, esses riscos devem ser monitorados cuidadosamente, visto que podem acarretar grandes perdas.

O que é exatamente o risco? Risco pode ser definido como a variabilidade de resultados inesperados, normalmente relacionada ao valor de ativos ou passivos de interesse (BIANCHI, 2004).

As empresas estão expostas a diversos tipos de riscos, que podem ser: estratégicos, não estratégicos e financeiros. Os riscos estratégicos são aqueles assumidos voluntariamente, a fim de criar vantagem competitiva e valorizar a empresa perante seus acionistas. Esse risco está relacionado ao setor da economia em que a empresa atua e inclui inovações tecnológicas, desenho de produtos e marketing. Uma exposição cautelosa e bem pensada a esse tipo de risco é fator fundamental para o êxito de todas as atividades comerciais.

Os riscos sobre os quais a empresa não possui controle podem ser rotulados de riscos não estratégicos, que incluem os riscos fundamentais que resultam de mudanças essenciais de cenário econômico ou político. Esses riscos são difíceis de proteção, a não ser pela diversificação dos negócios entre atividades. Já os riscos financeiros, estão ligados a possíveis perdas nos mercados financeiros. A exposição a riscos financeiros pode ser otimizada cautelosamente, para que as empresas possam concentrar-se no que fazem de melhor, isto é, administrar suas exposições a riscos estratégicos (JORION, 2003).

Diferente das indústrias, a função principal das instituições financeiras é gerir riscos financeiros ativamente. Essas instituições perceberam que devem medir e monitorar as fontes de risco com maior precisão possível no intuito de controlar e precificar corretamente

os riscos. A compreensão do risco permite que se planejem as conseqüências dos eventos adversos e, ao fazê-lo, se esteja preparado para enfrentar as incertezas inevitáveis de maneira mais eficiente possível.

Dentro dessa situação, o monitoramento de risco em sua base diária, tem sido feito pela maioria das instituições financeiras por dois ou três tipos de medidas de risco. Entre as quais estão o *VaR* (*value at risk*), uma medida para as situações ditas *normais*, o cenário de *stress*, uma medida para situações atípicas, capaz de captar movimentos abruptos no mercado, e a *Stop-Loss*, uma regra que impõe limites para as perdas acumuladas.

Dentre estas medidas, duas se destacam e são utilizadas em conjunto pelas instituições financeiras, por traduzirem aspectos diferentes do mercado. O *VaR*, que reflete o risco cotidiano, e o cenário *destress*, que reflete o risco numa situação de crise.

2.2 Value at Risk - *VaR*

O *Value at Risk* ou *VaR*, é um método de mensuração de risco que utiliza técnicas estatísticas, e *mede a pior perda esperada ao longo de determinado intervalo de tempo, sob condições normais de mercado e dentro de determinado nível de confiança*, com base em fundamentos científicos, fornecendo aos usuários uma medida concisa do risco de mercado. O atributo mais importante do *VaR* é a transparência: um único número de *VaR* transmite o risco de perda potencial em termos que podem ser compreendidos por qualquer pessoa.

Adotado por instituições financeiras do mundo inteiro e diversas áreas técnicas, o *VaR* tem as suas raízes nos desastres financeiros do início dos anos 1990, que abalaram instituições como *Barings*, *Showa Shell* e *Daiwa*, onde foram perdidos bilhões de dólares em decorrência da ineficiência da administração e supervisão de risco financeiro. Após esses desastres, a indústria financeira necessitava de uma ferramenta abrangente que medisse o risco de perda financeira. Como consequência, as instituições financeiras e reguladoras se voltaram para o *VaR*, um método de fácil compreensão, para o cálculo e o controle dos riscos de mercado (JORION, 2003).

2.2.1 Regulação Bancária

A adoção formal das instituições financeiras pela utilização dos modelos de *VaR*, veio acontecer em abril de 1995. Após períodos de estudos e de intensas negociações entre

participantes do mercado financeiro e autoridades supervisoras e reguladoras nacionais, o Comitê da Basileia, apresentou uma proposta conhecida como *Internal Model Approach*. Nesta, pela primeira vez, aos bancos seria permitido o desenvolvimento e a utilização de modelos próprios de *VaR* para fins de determinação dos encargos de capital próprio referentes ao risco de mercado. Como proteção adicional a cenários menos estáveis do que poderiam supor os dados históricos, o Comitê da Basileia estipulou um fator multiplicativo do *VaR* total obtido pelos bancos. Também conhecido como fator de histeria (*hysteria factor*), este número pode variar entre 2 e 4, dependendo da acurácia do modelo empregado, medida por procedimento de *backtest* dos últimos 250 dias de negociação (BIS, 1995).

Segundo a abordagem dos modelos internos sugerida pelo Comitê, a exigência de capital dos bancos (*EC*) em um dado instante t é obtida como sendo o maior *VaR* dentre aquele verificado no dia anterior e a média do risco de mercado dos últimos sessenta dias de negociação ponderada pelo fator de histeria M (multiplicador da média do *VaR* para o horizonte de tempo de 10 dias calculado nos últimos 60 dias), ou seja,

$$EC_t = \text{Max} \left\{ \left(\frac{M}{60} \sum_{k=1}^{60} VaR_{t-k-1}^{10 \text{ dias}} \right); VaR_t^{10 \text{ dias}} \right\}. \quad (2.1)$$

A possibilidade das instituições financeiras utilizarem seus próprios sistemas de mensuração de risco de mercado, e com isso determinar seus encargos de capital, adveio de um consenso criado em torno da questão de que os bancos seriam mais bem sucedidos na tarefa de elaborar modelos próprios de *VaR*, por terem maior conhecimento de seus elementos em carteira. A gestão ativa desses modelos proporcionaria maior eficiência na alocação de capital e incentivos à geração de modelos cada vez mais acurados.

Atualmente, a crescente utilização de modelos de *VaR* pelas instituições financeiras não deriva apenas da importante percepção que o risco de mercado deve ser objeto de monitoração cuidadosa, mas também, pelo lado das autoridades competentes de supervisão e regulação bancária, a adoção deste instrumento revela-se imprescindível.

2.2.2 Cálculo do *VaR*

O primeiro passo para o cálculo do *VaR* é a escolha de dois fatores quantitativos: o horizonte de tempo da amostra e o intervalo de confiança (*IC*). O horizonte de tempo é

definido de acordo com a natureza do ativo e para o *IC* deve ser escolhido um valor alto que calcularia uma perda raramente excedida.

Para o cálculo do *VaR* de um determinado ativo, define-se W_0 como o valor inicial do ativo e R como a taxa de retorno. Ao final do horizonte de tempo escolhido, o valor do ativo será $W = W_0(1 + R)$, onde R tem média μ e volatilidade σ . Define-se o menor valor do ativo, para determinado nível de confiança c , como $W^* = W_0(1 + R^*)$, sendo o *VaR* definido como a perda monetária com relação à média, isto é,

$$VaR(media) = E(W) - W^* = -W_0(R^* - \mu). \quad (2.2)$$

Caso o *VaR* seja definido em valores absolutos, ou seja, em relação a zero, será dado por

$$VaR(zero) = W_0 - W^* = -W_0 R^*. \quad (2.3)$$

Em ambos os casos, encontrar o *VaR* é equivalente a identificar o valor mínimo W^* ou a taxa R^* . A partir da distribuição de probabilidade do ativo $f(w)$ e dentro de um determinado nível de confiança c , pretende-se achar a pior realização possível para W^* tal que a probabilidade de exceder este valor é

$$c = \int_{W^*}^{+\infty} f(w)dw, \quad (2.4)$$

ou tal que a probabilidade de um valor menor que W^* , $p = P(w \leq W^*)$ é,

$$1 - c = \int_{-\infty}^{W^*} f(w)dw = P(w \leq W^*) = p. \quad (2.5)$$

O número W^* é chamado o **quantil** da amostra. Para o cálculo do *VaR* dos retornos de um ativo, assume-se que os retornos diários são idênticos e independentemente distribuídos. Considerando que a distribuição de probabilidade dos retornos é Normal, o *VaR* pode ser calculado direto do seu desvio-padrão utilizando-se um fator multiplicativo que depende do *IC*.

Esta abordagem é chamada de **paramétrica** pois envolve a estimação de um parâmetro: o desvio-padrão. Logo, assumindo a distribuição $f(w)$ como distribuição Normal(0, 1), e associando R^* com um fator $\alpha > 0$, proveniente da distribuição normal padrão, por meio de

$$-\alpha = \frac{-|R^*| - \mu}{\sigma}, \quad (2.6)$$

isso equivale a

$$1 - c = \int_{-\infty}^{-W^*} f(w)dw = \int_{-\infty}^{-|R^*|} f(r)dr = \int_{-\infty}^{-\alpha} f(x)dx = N(d). \quad (2.7)$$

Deste modo, achar o VaR equivale a achar o fator α tal que a área à sua esquerda seja igual a $1 - c$. Basta então consultar a tabela de distribuição *normal padrão cumulativa* e encontrar a área à esquerda de uma variável normal padronizada de valor igual a d :

$$N(d) = \int_{-\infty}^d f(x)dx, \quad X \sim N(0, 1). \quad (2.8)$$

Da Equação (2.6) tem-se que

$$-|R^*| = -\alpha\sigma + \mu. \quad (2.9)$$

Substituindo em (2.2), encontra-se o VaR em torno da média para o intervalo de tempo Δt

$$VaR(media) = -W_0(R^* - \mu) = W_0\tau\sigma\sqrt{\Delta t}. \quad (2.10)$$

O VaR é simplesmente um múltiplo do desvio-padrão da distribuição multiplicado por um fator de ajuste relacionado diretamente com o intervalo de confiança (JORION, 2003).

2.2.3 Objetivos Básicos

O sistema de mensuração do VaR das operações pré-fixadas deve calcular e simular o impacto no valor das carteiras ativas e passivas pré-fixadas que compõem o portfólio de um banco. Assim, o VaR Pré deve atender dois objetivos básicos: (1) Atender as determinações do Banco Central do Brasil (*BACEN*), em relação ao envio periódico de informações das carteiras pré-fixadas por parte da instituição financeira; e (2) Que o sistema seja uma ferramenta efetiva de gestão das operações pré-fixadas, permitindo o cálculo do VaR para diversos cenários de indexadores.

2.3 Stress

O VaR faz uma série de aproximações, simplificações e suposições para obter uma medida agregada ao risco. Estas simplificações são razoáveis para boa parte de situações de normalidade do mercado. Entretanto, os portfólios em geral, contêm instrumentos não

lineares, que podem reagir de maneira potencialmente violenta em casos de movimentos abruptos do mercado.

Além disso em casos atípicos, em geral, fenômenos inéditos, ou de ruptura com o passado, argumenta-se que o histórico dos dados pouco tem a dizer sobre o tipo de evento que pode ocorrer. A solução mais frequente, neste caso, constitui-se na elaboração de um cenário de *stress*, e na reavaliação de todo o portfólio com base nesse cenário, verificando a magnitude da perda que seria gerada por uma situação extrema.

Se o cenário de *stress* é bem construído, então o resultado é uma perda factível, e deve ser aquela esperada caso algo de muito ruim aconteça. A vantagem dessa medida é explicitamente levar em conta todas as não-linearidades e complexidades do portfólio em questão.

2.4 Stop-Loss

Uma regra de *stop-loss*, consiste em impor limites para as perdas acumuladas por uma determinada posição, fundo ou investidor. Normalmente os “donos” de uma posição apresentam resistência a desfazerem-se delas após uma grande perda, esperando que o mercado retorne aos níveis mais favoráveis. Entretanto, nem sempre o mercado volta aos patamares anteriores, abrindo espaço para uma série de perdas decorrentes de uma mesma posição, ampliando o prejuízo inicial.

A solução adotada por algumas instituições, é a de impor um limite máximo para perdas acumuladas num determinado horizonte de tempo (1 mês, 1 semana), e rompido este limite, estabelecer a zeragem da posição.

Este capítulo mostrou uma breve descrição sobre as principais medidas de risco adotadas pelas instituições financeiras. Onde foram apresentados o *Value at Risk* ou *VaR*, a sua definição, a regulação bancária e o seu cálculo, assim como os objetivos do *VaR Pré*, e uma sucinta apresentação do *Stress* e *Stop-Loss*.

3. Visão Geral de Séries Temporais

O objetivo deste capítulo é apresentar alguns conceitos básicos em séries temporais, os quais serão utilizados na apresentação das teorias de análise de intervenção e de longa dependência (memória longa). Os conceitos utilizados são relacionados aos processos estocásticos estacionários univariados.

3.1 Aspectos Fundamentais

Existem dois aspectos fundamentais a ser considerados no estudo de séries temporais: análise e modelagem. O objetivo da análise de série temporal é sumarizar as propriedades da série e caracterizar seu comportamento, identificando ou sugerindo um modelo adequado. E a principal razão para se modelar uma série temporal é tornar possível previsões de valores futuros, bem como geração de sequências sintéticas equiprováveis. (PEREIRA *et al.*, 1986).

Há dois enfoques básicos para a análise de séries temporais. Em ambos, o objetivo é construir modelos para as séries, com propósitos determinados. No primeiro, executa-se a análise no *domínio do tempo*, isto é, o interesse reside na magnitude de eventos que ocorrem em determinado instante de tempo e na relação entre observações em diferentes instantes de tempo. A ferramenta utilizada é a função de autocorrelação (e certas funções da mesma) e os modelos propostos, são os chamados *modelos paramétricos*.

No segundo, conduz-se a análise no domínio das frequências, ou seja, o interesse está na frequência com que certos eventos ocorrem em determinado período de tempo. A ferramenta utilizada é o espectro (uma transformada de *Fourier* da função de autocorrelação) e os modelos propostos são *modelos não paramétricos*.

O processo de descrição de uma série temporal, é feito a partir da utilização de modelos sujeitos a variações, controlados por leis probabilísticas, os chamados processos estocásticos. Sendo que a construção desses modelos depende de vários fatores, tais como

o comportamento do fenômeno ou o conhecimento *a priori* da natureza do fenômeno (MORETTIN; TOLOI, 2004).

Em complemento a teoria estatística de séries temporais, o mecanismo gerador, também é considerado como um processo estocástico, e a série observada, uma de suas realizações possíveis. Logo, os conceitos de processos estocásticos e série temporal são análogos.

3.2 Processos Estocásticos no Domínio do Tempo

Definição 3.2.1. *Seja $\mathcal{T}$ um conjunto arbitrário. Um processo estocástico é uma família $\{X(t), t \in \mathcal{T}\}$, tal que, para cada $t \in \mathcal{T}$, $X(t)$ é uma variável aleatória.*

Nestas condições, um processo estocástico é uma família de variáveis aleatórias indexadas ao tempo $\{X_t\}$, onde t pertence a um conjunto de números inteiros T , $\{X_t\}$ é definida como uma série temporal se $t \in T$ e representa tempo. Portanto, uma série temporal é um registro de observações de algum fenômeno medido sequencialmente no tempo (REISEN, 1995).

Para um processo estocástico $\{X_t\}$, com $t = 0, \pm 1, \dots$, a média do processo é definida por,

$$E(X_t) = \mu_t, \quad (3.1)$$

e a variância como,

$$\sigma_t^2 = E(X_t - \mu_t)^2. \quad (3.2)$$

A covariância entre X_t e X_{t+k} é dada por,

$$\gamma(k) = E(X_t - \mu_t)(X_{t+k} - \mu_{t+k}), \quad (3.3)$$

e a correlação entre X_t e X_{t+k} é

$$\rho(k) = \frac{\gamma(k)}{\sqrt{\sigma_t^2 \sigma_{t+k}^2}}. \quad (3.4)$$

3.2.1 Processo Estacionário

Intuitivamente, um processo é estacionário se ele se desenvolve no tempo de modo que a origem não seja importante ou, ainda, se não existir mudanças sistemáticas na média e na variância.

Formalmente, considere um conjunto finito de variáveis aleatórias $\{X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}\}$ de um processo estocástico $\{X_t\}$ e seja $F_{t_1}, F_{t_2}, \dots, F_{t_n}(x_1, \dots, x_n)$ a distribuição de probabilidade conjunta de dimensão n do vetor $\{X_{t_1}, \dots, X_{t_n}\}$, isto é, $F_{t_1}, F_{t_2}, \dots, F_{t_n}(x_1, \dots, x_n) = P(X_{t_1} \leq x_1, \dots, X_{t_n} \leq x_n)$.

Definição 3.2.2. *Um processo $\{X_t\}$ é dito fortemente estacionário se F for invariante no tempo, isto é, se,*

$$F_{x_{t_1}, \dots, x_{t_n}}(x_1, \dots, x_n) = F_{x_{t_1+k}, \dots, x_{t_n+k}}(x_1, \dots, x_n), \quad (3.5)$$

para qualquer vetor $(t_1, \dots, t_n)$ de números inteiros e qualquer k inteiro.

Reisen (1995), escreve que a definição de processo fortemente estacionário é muito rigorosa e muito difícil de ser encontrada na prática. Então, imediatamente, mostra um outro conceito menos exigente, conhecido como estacionariedade até ordem m .

Definição 3.2.3. *Um processo estocástico $\{X_t\}$ é dito ser estacionário de ordem m quando, para qualquer conjunto admissível $t_1, t_2, \dots, t_n$ e qualquer k , todos os momentos de até ordem m de $\{X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}\}$ existem e são iguais aos correspondentes momentos de ordem m de $\{X_{t_1+k}, X_{t_2+k}, \dots, X_{t_n+k}\}$.*

Assim, um processo $\{X_t\}$ é dito ser estacionário até ordem 1 se, $E(X_t) = \mu$, constante, para todo t . E estacionário de ordem 2 se, $E(X_t) = \mu$, constante independente de t , e, $E(X_t^2) = \mu'_2$, constante independente de t . Assim, a $Var(X_t) = \mu'_2 - \mu^2 = \sigma^2$, é também constante e independente de t .

Desse modo, Reisen (1995), escreve que a $E(X_s X_t)$ depende somente da distância $(t - s)$, para quaisquer valores admissíveis de t e s . E, conseqüentemente, a covariância e a correlação entre X_s e X_t também dependem somente da diferença de tempo $(t - s)$.

3.2.2 Função de Autocorrelação

A autocorrelação é uma medida de dependência entre observações da mesma série separadas por um determinado intervalo chamado retardo. A função de autocorrelação (*FAC*) nada mais é do que a representação gráfica do coeficiente de autocorrelação em função dos diversos retardos que podem ser atribuídos aos dados, permitindo um melhor entendimento da dependência estatística entre os dados da série.

Usualmente, a correlação entre X_t e X_{t+k} é definida como na Equação (3.4). Desse modo, desde que a variância σ^2 de X_t seja igual $\gamma(0)$, a função de autocorrelação é dada por,

$$\rho(k) = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.6)$$

3.2.3 Função de Autocorrelação Parcial

Nessa mesma ordem, a função de autocorrelação parcial (*FACP*), é uma medida de autocorrelação de ordem k condicionada ao conhecimento das autocorrelações em todos os retardos de ordem inferior a k . A *FACP* é definida como a seqüência de correlações entre $(X_t$ e $X_{t-1})$, $(X_t$ e $X_{t-2})$, $(X_t$ e $X_{t-3})$ e assim por diante, desde que os efeitos de defasagens anteriores sobre X_t permaneçam constantes. É calculada como o valor do coeficiente ϕ_{kk} a partir de,

$$X_t = \phi_{k1}X_{t-1} + \phi_{k2}X_{t-2} + \dots + \phi_{kk}X_{t-k}. \quad (3.7)$$

3.2.4 Função de Autocorrelação Inversa

A função de autocorrelação inversa (*FACI*) desempenha o mesmo papel na modelagem *ARIMA* da função de autocorrelação parcial, mas geralmente ela indica subconjuntos e modelos de autoregressivos sazonais melhor do que a *FAC*. Adicionado a esse papel, a *FACI* pode ser útil para descobrir sobre-diferenciação. Se os dados vêm de um modelo não estacionário ou quase não estacionário, a *FACI* tem as características de um modelo de médias móveis não invertível.

Da mesma forma, se os dados vêm de um modelo de médias móveis não invertível, então a *FACI* tem características de não estacionariedade e, então, decai lentamente. Em particular, se os dados foram sobre-diferenciados, a *FACI* se parece um *FAC* de um processo de não estacionário. Desse modo, a *FACI* de um modelo *ARMA*(p,q) é definida como a *FAC* do modelo *ARMA*(q,p). Sendo obtida pela troca dos operadores de *MA* e *AR*.

3.2.5 Modelo AR

Suponha $\{\varepsilon_t\}$ um processo puramente aleatório com média zero e variância σ_ε^2 . Um processo $\{X_t\}$ é chamado de processo auto-regressivo de ordem p , ou *AR*(p), se,

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + \varepsilon_t. \quad (3.8)$$

Note a similaridade com um modelo de regressão múltipla, onde os valores passados de X_t fazem o papel de regressoras. Assim, processos AR podem ser utilizados como modelos, se for razoável assumir que o valor atual de uma série temporal depende de seu passado imediato mais um erro aleatório. O modelo $AR(p)$ é sempre invertível. Para que o mesmo seja estacionário, será necessário que todas as raízes de $\phi(B) = 0$ estejam fora do círculo unitário (EHLERS, 2007).

3.2.6 Modelo MA

Seja $\{\varepsilon_t\}$ um processo discreto puramente aleatório com média zero e variância σ_ε^2 . Um processo $\{X_t\}$ é chamado de processo média móveis de ordem q , ou $MA(q)$, se,

$$X_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}. \quad (3.9)$$

Um processo MA finito é sempre estacionário, entretanto para ser invertível, as raízes $\Theta_q(B) = 0$ devem estar fora do círculo unitário.

3.2.7 Modelo ARMA

Seja $\{X_t\}$ representando uma série observada no tempo e $\{\varepsilon_t\}$ um processo ruído branco, não observado, o qual consiste de uma sequência de variáveis não correlacionadas com $E(\varepsilon_t) = \mu_\varepsilon$, usualmente considerado igual a zero, e variância constante.

Diz-se que $\{X_t\}$ é um processo auto-regressivo média móvel de ordem (p, q) , denotado por $ARMA(p, q)$, se satisfaz a equação,

$$\Phi_p(B)(X_t - \mu) = \Theta_q(B)\varepsilon_t, \quad (3.10)$$

onde B é operador da forma $(B)X_t = X_{t-k}$, $\Phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$ e $\Theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$.

Para o processo em (3.10) ser invertível e estacionário respectivamente, as raízes de $\Theta_q(B) = 0$ e $\Phi_p(B) = 0$ devem estar fora do círculo unitário. Assumindo que $\Phi_p(B) = 0$ e $\Theta_q(B) = 0$ não possuem raízes comuns.

3.2.8 Modelo ARIMA

Uma série $\{X_t\}$ é considerada um processo auto-regressivo integrado média móvel, se a transformação (diferenciação) da série resultar em um processo $ARMA(p, q)$. Sendo o

seu modelo expresso na forma,

$$\Phi_p(B)(1 - B)^d X_t = \Theta_q(B)\varepsilon_t, \quad (3.11)$$

onde $\Phi_q(B)$ e $\Theta_q(B)$ são polinômios que satisfazem as condições de estacionariedade e invertibilidade do modelo $ARMA(p, q)$ e $\{\varepsilon_t\}$ é um processo ruído branco com média zero. Sendo denotado por $ARIMA(p, d, q)$.

O modelo (3.11) pode escrito da seguinte forma,

$$\Phi_p(B)U_t = \Theta_q(B)\varepsilon_t, \quad (3.12)$$

onde $U_t = (1 - B)^d X_t$ é um processo estacionário $ARMA(p, q)$. Entretanto, se d é um inteiro maior ou igual a 1, então $\{X_t\}$ não é um processo estacionário.

3.2.9 Sazonalidade Estocástica

Seja $\{X_t\}$ uma série de tempo exibindo um comportamento sazonal com período k , representada por,

$$X_t = \mu_t + N_t, \quad (3.13)$$

onde μ_t é uma função determinística periódica, satisfazendo $\mu_t - \mu_{t-k} = 0$, ou $(1 - B^k)\mu_t = 0$ e N_t é um processo estacionário que pode ser modelado por um modelo $ARMA(p, q)$.

Será apropriado, segundo Morettin e Toloi (2004), considerar μ_t em (3.13) como um processo estocástico satisfazendo,

$$(1 - B^k)\mu_t = Y_t, \quad (3.14)$$

onde $\{Y_t\}$ é um processo estacionário.

Aplicando o operador $(1 - B^k)$ à Equação (3.13), obtêm-se

$$(1 - B^k)X_t = (1 - B^k)\mu_t + (1 - B^k)N_t, \quad (3.15)$$

e, de acordo com (3.14), têm-se

$$(1 - B^k)X_t = Y_t + (1 - B^k)N_t, \quad (3.16)$$

com $\phi_Y(B)Y_t = \theta_Y(B)a_t$, e $\phi_N(B)N_t = \theta_N(B)\varepsilon_t$, onde a_t e ε_t são ruídos brancos independentes.

Pode-se demonstrar que a Expressão (3.16) é equivalente a

$$(1 - \Phi_1 B^k - \dots - \Phi_P B^{kP})(1 - B^k)^D X_t = (1 - \Theta_1 B^k - \dots - \Theta_Q B^{kQ})a_t, \quad (3.17)$$

ou

$$\Phi(B^k)\Delta_k^D X_t = \Theta(B^k)a_t, \quad (3.18)$$

onde $\Phi(B^k) = 1 - \Phi_1 B^k - \dots - \Phi_P B^{kP}$, é o operador autorregressivo sazonal de ordem P , estacionário; $\Theta(B^k) = 1 - \Theta_1 B^k - \dots - \Theta_Q B^{kQ}$, é o operador de médias móveis sazonal de ordem Q , invertível; $\Delta_k = (1 - B^k)$, é o operador diferença sazonal; $\Delta_k^D = (1 - B^k)^D$, com D indicando o número de diferenças sazonais; e a_t pode ser eventualmente, um ruído branco. Neste caso o Modelo (3.17) é denominado modelo sazonal puro.

3.2.10 Modelo SARIMA

Suponha que o processo a_t em (3.18) satisfaça um modelo $ARIMA(p, d, q)$, da forma

$$\varphi(B)a_t = \theta(B)a_t, \quad (3.19)$$

onde $\varphi(B) = (1 - B)^d \phi(B)$ e a_t é um processo ruído branco. Então, demonstra-se que $\{X_t\}$ satisfaz o modelo

$$\phi(B)\Phi(B^k)(1 - B^k)^D(1 - B)^d X_t = \theta(B)\Theta(B^k)a_t, \quad (3.20)$$

onde $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$, e $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$, e os demais polinômios já definidos em (3.18). Sendo o modelo em (3.20), denotado *ARIMA sazonal multiplicativo* (*SARIMA*) de ordem $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$, conforme Morettin e Toloi (2004).

3.3 Processos Estocásticos no Domínio da Frequência

A análise de um processo estocástico estacionário no domínio da frequência (análise espectral), em geral, é feita a partir da decomposição da série $\{X_t\}$ em componentes senoidais com coeficientes aleatórios não correlacionados. Define-se, também, o espectro, que é a ferramenta natural para análise de um processo estacionário do domínio da frequência. *O espectro é uma função que complementa, para um processo estacionário, o estudo feito do domínio do tempo a partir da função de autocorrelação* (PEREIRA et al. 1986).

Juntamente com essa decomposição, existe a correspondente decomposição em senóides,

da função de autocovariância $\gamma(t)$. Assim, a decomposição espectral de um processo estacionário é análogo à representação de *Fourier* de funções determinísticas.

3.3.1 Função Espectral

Seja $\{X_t\}$ um processo estocástico estacionário com média zero e autocovariâncias γ_k , absolutamente convergentes, isto é, $\sum |\rho_k| < \infty$. A função espectral de $\{X_t\}$ é dada por

$$f(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k e^{-i\lambda k}, \quad -\infty \leq \lambda \leq \infty, \quad (3.21)$$

com $e^{i\lambda} = \cos\lambda + i.\text{sen}\lambda$, e $i = \sqrt{-1}$.

Teorema 3.1. *O espectro $f(\lambda)$ definido por (3.21), é limitado, não negativo e uniformemente contínuo. Além disso, $f(\lambda)$ é par e periódico de período 2π .*

3.3.2 Periodograma

Dado um conjunto de n informações $X_1, X_2, \dots, X_n$ de um processo $\{X_t\}$, a função $W(\lambda)$ chamada de função periodograma, é definida para todo $\lambda \in [-\pi, \pi]$ por

$$W(\lambda) = 2[R(0) + 2 \sum_{k=1}^{n-1} R(k) \cos(\lambda k)], \quad (3.22)$$

onde $R(k)$ é uma função de autocovariância amostral do processo.

Seja

$$W^*(\lambda) = \frac{I(\lambda)}{4\pi} = \frac{1}{2\pi} [R(0) + 2 \sum_{k=1}^{n-1} R(k) \cos(\lambda k)], \quad (3.23)$$

onde W^* é o estimador “natural” da função $f(\lambda)$. A partir de

$$E[W^*(\lambda)] = \frac{1}{2\pi} [\gamma(0) + 2 \sum_{k=1}^{n-1} \gamma_k \cos(\lambda k)] \rightarrow f(\lambda), \quad n \rightarrow \infty$$

verifica-se que W^* é o estimador assintoticamente não viciado da função $f(\lambda)$.

Em suma, este capítulo procurou proporcionar uma visão geral a respeito dos conceitos de séries temporais utilizados nas teorias dos modelos de longa dependência e de intervenção. Os aspectos fundamentais, os modelos *ARIMA*, assim como a sazonalidade estocástica, também, foram apresentados, finalizando com uma breve descrição dos processos estocásticos nos domínios do tempo e da frequência.

4. Longa Dependência e Análise de Intervenção

4.1 Longa Dependência

A longa dependência, persistência ou memória longa é caracterizada pela presença, na série temporal, de uma significativa dependência entre as observações, mesmo para os mais distantes *lags*. Tal característica tem sido observada em séries de diferentes áreas de estudo, tais como meteorologia, astronomia, hidrologia e estudos climáticos. Evidências de que processos com longa dependência descrevem satisfatoriamente dados econômico e financeiros, tais como taxas de juros e inflação, foram notadas pelos economistas. Estudos recentes na modelagem da volatilidade de ativos financeiros mostram que tais processos são de grande utilidade (MORETTIN; TOLOI, 2004).

O conceito de memória longa, persistência ou dependência de longo prazo em séries temporais, se estabelece a partir do trabalho de Taylor (1986), sobre a volatilidade fortemente persistente nas autocorrelações. Porém, estudos no campo da hidrologia feitos por Hust (1951), Mandelbrot e Wallis (1969), já apresentavam trabalhos em séries temporais com referência de longa dependência.

A formalização do conceito de longa dependência apresentada por Robinson (1994) e Baillie (1996), definem que uma série X_t com função de autocorrelação $\rho(k)$ e densidade espectral $f(\lambda)$, é um processo de longa dependência ou memória longa, se cumpre as seguintes condições:

- i)* a função de autocorrelação não é absolutamente somável, ou seja, a função densidade espectral é não limitada na frequência zero.
- ii)* a função de autocorrelação decresce hiperbolicamente para zero, isto é,

$$\rho_j \sim C_j^{-\alpha}, j \rightarrow \infty, \quad (4.1)$$

onde $C > 0$ e $0 < \alpha < 1$.

Pode-se provar que o espectro $f(\lambda)$ do processo, cuja função de autocorrelação é como

em (4.1), tende a $C_f \lambda^{\alpha-1}$, para $\lambda \rightarrow \infty$, onde $C_f > 0$ é constante, ou seja, a função densidade espectral de um processo de longa dependência diverge para a frequência zero. Entretanto, a maioria dos modelos para séries temporais estacionárias não se ajustam a essas condições apresentadas.

Para superar esse hiato, Granger (1980) e Hosking (1981) propõem uma classe de modelos intermediários, os chamados modelos *autoregressivos fracionários integrados de médias móveis*, $ARFIMA(p,d,q)$, cuja ordem de integração é fracionária. Esses modelos fazem uma ligação entre os modelos estacionários $ARMA$ e os modelos que apresentam raízes unitárias, $ARIMA$.

Nos modelos $ARFIMA(p,d,q)$, onde o valor de $d \in (-0.5; 0.5)$, as características de longa e curta dependência podem ser notadas pelo comportamento da função espectral e da função de autocorrelação. Portanto, se $d \in (0.0; 0.5)$, o processo possui propriedade de longa dependência, exibindo uma forte e positiva dependência entre as distantes observações. No domínio do tempo, as autocorrelações decaem lentamente, de uma forma hiperbólica, isto é, $\rho_k \sim k^{-d}$, o oposto das autocorrelações produzidas pelo modelo $ARMA(p,q)$ as quais têm um decaimento exponencial (BOX; JENKINS, 1976). No domínio da frequência a função espectral tende a infinito quando a frequência se aproxima de zero.

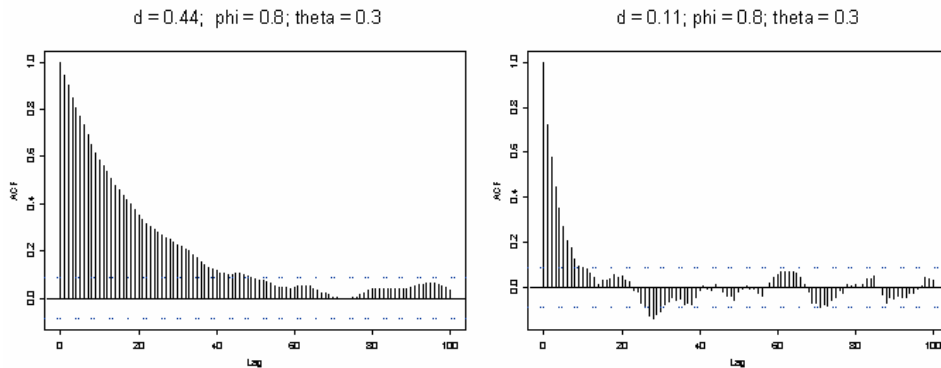


Figura 4.1 *FAC das séries simuladas ARFIMA(1,d,1).*

Como ilustração, a Figura 4.1 apresenta a representação gráfica das funções de autocorrelações simuladas, de dois processos $ARFIMA(1,d,1)$, com longa dependência, e parâmetros, $d = 0.44$, $\phi = 0.8$, $\theta = 0.3$; $d = 0.11$, $\phi = 0.8$, $\theta = 0.3$, respectivamente.

Entretanto, se $d \in (-0.5; 0.0)$, o processo tem a propriedade de curta dependência. No domínio da frequência, essa propriedade é indicada pelo comportamento da função espectral que se aproxima de zero quando a frequência, também, se aproxima de zero. No domínio do tempo a função de autocorrelação poderá exibir dependências negativas entre as observações distantes. Desse modo, o tipo de dependência é determinado essencialmente pelo valor fracionário do parâmetro d .

4.2 Propriedade da Longa Dependência

A propriedade de longa dependência ou memória longa em uma série temporal, tem como característica valorizar a dependência entre as observações distantes, não a considerando desprezível. Esta propriedade é refletida pelo fato de que a função de autocorrelação não seja, se modo absoluto, convergente. Alternativamente, o processo com longa dependência pode ser caracterizado pela função espectral que se torna ilimitada quando a frequência se aproxima de zero (REISEN, 1995).

Para um melhor entendimento dessas propriedades, seguem duas definições de um processo de longa dependência relacionadas com a função de autocorrelação e a função espectral.

Definição 4.2.1. *Uma série tem propriedade de memória longa se $\sum_{k=0}^{\infty} |\rho_k|$ diverge. Caso contrário a série é dita memória curta.*

Definição 4.2.2. *Uma série discreta é dita ser memória longa se, quando $w \rightarrow 0$, a densidade espectral torna-se ilimitada.*

A propriedade de longa dependência no modelo $ARIMA(p, d, q)$ pode ser observada e introduzida formalmente por intermédio das definições (4.2.1) e (4.2.2).

Considera-se X_t um processo $ARFIMA(p, d, q)$ com $d \in (0.0; 0.5)$, se

a) $\sum \rho_k$ é infinito e

b) $f(w) \rightarrow \infty$ quando $w \rightarrow 0$,

então, X_t é dito ser um processo com propriedade de memória longa ou longa dependência.

Uma outra característica importante de séries temporais com longa dependência é que

as autocorrelações da série original indicam não-estacionariedade, ao passo que a série diferenciada pode parecer “super-diferenciada”.

4.3 Testes para Longa Dependência

Nesta seção, serão apresentados dois procedimentos para testar se uma série temporal possui longa dependência ou a chamada memória longa. O primeiro procedimento é baseado na estatística R/S e o segundo no periodograma. Entretanto, antes do detalhamento dos testes, é importante ressaltar que a definição de longa dependência ou memória longa não determina o comportamento geral da função de autocorrelação ou de sua densidade espectral. Conforme Zivot e Wang (2002), para que as médias sejam de um processo com longa dependência, não é necessário que as autocorrelações permaneçam significativas em grandes *lags*, e decaia lentamente. Beran (1994) dá um exemplo para ilustrar essa propriedade.

4.3.1 Estatística R/S

A estatística R/S foi introduzida por Hurst (1951) com o nome *rescaled range*, com o propósito de testar a existência de longa dependência numa série temporal (MORETTIN, 2006).

Considerando uma série temporal $\{X_t\}$, $t = 1, \dots, T$. A estatística R/S é definida por

$$Q_T = \frac{1}{S_T} \left[\max_{1 \leq k \leq T} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}) - \min_{1 \leq k \leq T} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}) \right], \quad (4.2)$$

onde $\bar{X}$ é a média amostral e S_T^2 é a variância amostral.

Lo (1991) mostra que a estatística definida em (4.2) não é robusta à curta dependência e propõe substituir Q_T por

$$\tilde{Q}_T = \frac{1}{\hat{\sigma}_T(q)} \left[\max_{1 \leq k \leq T} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}) - \min_{1 \leq k \leq T} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}) \right], \quad (4.3)$$

chamada estatística modificada R/S , onde $\hat{\sigma}_T(q)$ é a raiz quadrada do estimador da variância de longo prazo de Newey-West, com *bandwidth* q (largura da faixa) dado por

$$\hat{\sigma}_T(q) = S_T^2 \left(1 + \frac{2}{T} \sum_{j=1}^q w_{qj} r_j \right),$$

sendo $w_{qj} = 1 - j/(q + 1)$, $q < T$ e r_j são autocorrelações amostrais usuais de $\{X_t\}$.

Se o processo $\{X_t\}$ não tiver longa dependência, a estatística modificada R/S converge para sua distribuição limite à taxa $T^{1/2}$, mas se existir longa dependência presente, a taxa de convergência é T^H .

Estes fatos sugerem construir gráfico (na escala *log-log*) de R/S contra o tamanho amostral. Para uma série com curta dependência os pontos devem estar ao longo de uma reta com inclinação $1/2$, ao passo que para uma série com longa dependência, a reta tem inclinação $H > 1/2$, para grandes amostras.

4.3.2 Teste GPH

O teste *GPH* foi proposto por Geweke e Porter-Hudak (1983), permite testar a presença da longa dependência ou memória longa, obtendo estimativas preliminares do parâmetro de memória d e dos polinômios ϕ e θ . A estatística de teste é dada por

$$t_{d=0} = \hat{d} \left(\frac{\pi^2}{6 \sum_{j=1}^{n_f} (U_j - \bar{U})^2} \right)^{-1/2}, \quad (4.4)$$

sob a hipótese nula de não existência de longa dependência, a estatística em (4.4) tem distribuição normal padrão. Para mais detalhes ver Zivot e Wang (2002).

4.4 Modelos ARFIMA

Os modelos $ARFIMA(p, d, q)$ surgiram como uma alternativa para modelagem de séries temporais que apresentavam um comportamento atípico aos modelos $ARMA(p, q)$. Quando num processo $ARIMA(p, d, q)$ o parâmetro de diferenciação d assume valores não inteiros, o modelo é denominado *ARFIMA*. De acordo com Reisen (1995), a mais importante característica do modelo $ARFIMA(p, d, q)$ é a propriedade de longa dependência. Então, pode-se dizer que $\{Z_t\}$ é um processo *auto-regressivo fracionário integrado de média móveis* ou $ARFIMA(p, d, q)$ com $d \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ se $\{Z_t\}$ for estacionário e satisfizer

$$\phi(B)(1 - B)^d Z_t = \theta(B)a_t, \quad (4.5)$$

onde $\{a_t\}$ é um ruído branco; $\phi(B)$ e $\theta(B)$ são polinômios em B de graus p e q , respectivamente.

A razão da escolha dessa família de processos, para fins de modelagem das séries com

comportamento de longa dependência, é devida efeito do parâmetro d em observações distantes, decai hiperbolicamente conforme aumenta a distância, enquanto que os efeitos dos parâmetros ϕ e θ decaem exponencialmente. Então, o parâmetro d deve ser escolhido com objetivo de explicar a estrutura de correlação de ordens altas da série, enquanto os parâmetros ϕ e θ explicam a estrutura de correlação de ordem baixas (MORETTIN; TOLOI, 2004).

4.4.1 Operador de Diferença Fracionária

Para todo modelo fracionário e qualquer número real com $d > -1$, define-se o operador de diferença fracionária como,

$$(1 - B)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-B)^k, \quad (4.6)$$

onde o termo $(1 - B)^d$ é representado pela expansão binomial dada por

$$= 1 - dB + \frac{1}{2!}d(d-1)B^2 - \frac{1}{3!}d(d-1)(d-2)B^3 + \dots \quad (4.7)$$

A expansão (4.7) também pode ser expressa em termos da função hipergeométrica como

$$(1 - B)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)B^k}{\Gamma(k+1)\Gamma(-d)} = F(-d, 1, 1; B), \quad (4.8)$$

para $d > 0$, $F(a, b; c; z)$ é uma função hipergeométrica definida como,

$$F(a, b, c, z) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k \Gamma(a+k)}{\Gamma(c+k)\Gamma(b+k)}, \quad (4.9)$$

onde (a, b) , c e z , são parâmetros da função hipergeométrica e $\Gamma(\cdot)$ é uma função Gama definida por $\Gamma(k) = \int_0^{\infty} x^{k-1} e^{-x} dx$, $k > 0$.

4.4.2 O Modelo ARFIMA(0, d, 0)

O modelo $ARFIMA(0, d, 0)$, é também conhecido como ruído branco fracionalmente integrado, é um caso especial do processo $ARFIMA(p, d, q)$ quando $p = q = 0$. O modelo foi desenvolvido de forma simultânea e independente por Granger (1980) e Hosking (1981), quando Adenstedt (1974) e Taqqu (1975) já o referendavam. O modelo $ARFIMA(0, d, 0)$ é definido como,

$$(1 - B)^d X_t = \varepsilon_t. \quad (4.10)$$

Neste caso, o termo ε_t é um processo de ruído branco com $E(\varepsilon_t) = 0$, $E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2$

e $E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0$, para $s \neq t$. Hosking (1981) mostra que quando $d > -0.5$ o processo é invertível e tem uma representação autoregressiva infinita na forma

$$(1 - B)^d X_t = \sum_{k=0}^{\infty} \pi_k X_{t-k} = \xi_t, \quad (4.11)$$

onde π_k são coeficientes do polinômio $(1 - B)^d$ definido em (4.5). De outro modo, quando $d < 0.5$, têm-se X_t estacionário e com uma representação média móvel infinita da forma

$$X_t = (1 - B)^{-d} \xi_t = \sum_{k=0}^{\infty} \psi_k \xi_{t-k}, \quad (4.12)$$

onde o coeficiente $\xi_k = \frac{\gamma(k+d)}{\gamma(d)\gamma(k+1)}$.

4.4.3 O Modelo ARFIMA(p, d, q)

O modelo $ARFIMA(p, d, q)$ pode ser entendido como uma generalização do processo $ARFIMA(0, d, 0)$, onde o termo ε_t da Equação (4.10) é um processo autoregressivo e média móvel ($ARMA$). Neste caso X_t é um processo $ARMA$ fracionário integrado, o $ARFIMA(p, d, q)$. Admitindo a seguinte representação

$$\Phi(B)(1 - B)^d X_t = \Theta(B)\xi_t, \quad (4.13)$$

onde $\Phi(B) = 1 - \phi_1 B^1 - \dots - \phi_p B^p$, $\Theta(B) = 1 - \theta_1 B^1 - \dots - \theta_q B^q$, são polinômios de ordem p e q , respectivamente.

Segundo Hosking (1981), quando $d < 0.5$ e todas as raízes do polinômio $\Phi(B)$ estão fora do círculo unitário, o processo $\{X_t\}$ é estacionário, e se $d > -0.5$ e todas as raízes do polinômio $\Theta(B)$ estão fora do círculo unitário, o processo é invertível.

A escolha dessa família de modelos, se faz pelo fato de que o efeito do parâmetro de memória d sobre as observações distantes, decresce hiperbolicamente à medida que a defasagem aumenta, enquanto que os efeitos dos parâmetros ϕ e θ decrescem exponencialmente. Assim, o parâmetro d descreve a estrutura de autocorrelação de longo prazo enquanto os parâmetros ϕ e θ do modelo descrevem a estrutura de autocorrelação de curto prazo.

4.4.4 Função de Densidade Espectral

No caso dos modelos $ARFIMA(p, d, q)$ estacionários, onde $d < 0.5$, a função de densidade espectral do processo é dada pela seguinte equação

$$f(\omega) = \frac{\sigma_\xi^2}{2\pi} \left| \frac{\Theta(e^{i\omega})}{\Phi(e^{i\omega})} \right|^2 [4\sin^2(\frac{\omega}{2})]^{-d}, \quad (4.14)$$

onde $\Phi_p(\cdot)$ e $\Theta_q(\cdot)$ são polinômios do processo $ARMA(p, q)$ e para $\omega \in [-\pi; \pi]$. Neste caso, quando o valor de ω vai se aproximando de zero, a expressão em (4.14) pode ser escrita como

$$f(\omega) \approx \omega^{-2d}. \quad (4.15)$$

Então o espectro do processo X_t é não limitado nas baixas frequências e o processo possui longa dependência. No caso de valores de $d < 0$, a densidade espectral do processo se anula na frequência zero e, quando o valor de $d > 0.5$ o processo tem variância infinita.

4.5 Métodos de Estimação dos Modelos ARFIMA

Os modelos $ARFIMA$ podem ser estimados por diferentes métodos. Dentre os principais existentes, destacam-se o paramétrico e o semi-paramétrico. Os métodos de estimação paramétricos precisam de uma especificação prévia de um modelo paramétrico para os dados, o que implica na especificação de toda a estrutura de autocorrelação ou da função de densidade espectral do modelo, isto é, consiste na estimação simultânea dos parâmetros do modelo. Tais métodos são baseados na maximização da função de verossimilhança ou alguma aproximação da mesma.

Nos métodos de estimação semi-paramétricos, não existe a necessidade da definição de um modelo específico na estimação do vetor de parâmetros. São conhecidos como métodos de estimação em duas etapas, pois em uma primeira etapa é feita a estimação do parâmetro de integração fracionária e, numa segunda etapa são estimados os parâmetros ϕ e θ do modelo (DÍAZ, 2006).

Segundo Molinares (2007), o estimador mais conhecido e utilizado é o estimador GPH , proposto por Geweke e Porter-Hudak (1983). Variações desse estimador foram desenvolvidos por Reinsen (1994), Lobato e Robinson (1996), Velasco (2000), dentre tanto outros.

4.5.1 Método de Estimação de Máxima Verossimilhança

O método de estimação de máxima verossimilhança é um método paramétrico baseado na maximização da função de verossimilhança. Os estimadores obtidos por intermédio desse método, apresentam ótimas propriedades, como consistência e normalidade assintótica. A função de verossimilhança de $\mathbf{Z} = (Z_1, \dots, Z_n)$ proveniente de um processo $ARFIMA(p, d, q)$ pode ser expressa da forma

$$L(\eta, \sigma_a^2) = (2\pi\sigma_a^2)^{-n/2} (r_0, \dots, r_{n-1})^{-1/2} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_a^2} \sum_{j=1}^n (Z_j - \hat{Z}_j)^2 / r_{j-1} \right], \quad (4.16)$$

em que $\eta = (d, \phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q)$, $\hat{Z}_j$, $j = 1, \dots, n$, são as previsões um passo a frente e $r_{j-1} = (\sigma_a^2)^{-1} E(Z_j - \hat{Z}_j)^2$. Os estimadores de máxima verossimilhança dos parâmetros são dados por

$$\sigma_{MV}^2 = n^{-1} S(\hat{\eta}_{MV}), \quad (4.17)$$

onde

$$S(\hat{\eta}_{MV}) = \sum_{j=1}^n (Z_j - \hat{Z}_j)^2 / r_{j-1}$$

e $\hat{\eta}_{MV}$ é o valor que minimiza

$$l(\eta) = \ln(S(\eta)|n) + n^{-1} \sum_{j=1}^n \ln r_{j-1}.$$

A principal desvantagem da utilização desse método, é o elevado custo no tempo computacional, para a maximização da função de verossimilhança; que utiliza métodos numéricos para o cálculo da matriz inversa de Σ em cada interação. Além disso, se o valor do parâmetro d está perto de 0.5, a matriz inversa de Σ apresenta instabilidade, já que a mudança entre as covariâncias é mínima e a matriz torna-se singular (DÍAZ, 2006).

Como uma alternativa para a solução desse problema, Fox e Taqqu (1986) utilizaram uma aproximação da função de verossimilhança, no domínio da frequência, proposta por Whittle (1962), que considera uma aproximação para $l(\eta)$ dada por

$$l(\eta) \simeq l_*(\eta) = \ln \frac{1}{n} \sum_j \frac{I_n(w_j)}{2\pi f(w_j; \eta)}, \quad (4.18)$$

em que

$$I_n(w_j) = \frac{1}{n} \left| \sum_{t=1}^n Z_t e^{-itw_j} \right|^2 \quad (4.19)$$

é o periodograma dos dados, e

$$f(w_j; \eta) = \frac{\sigma_a^2 |1 - \theta_1 e^{-iw_j} - \dots - \theta_q e^{-qiw_j}|^2}{2\pi |1 - \phi_1 e^{-iw_j} - \dots - \phi_p e^{-piw_j}|^2} |1 - e^{-iw_j}|^{-2}, \quad (4.20)$$

é função densidade espectral do processo Z_t e $\sum_j$ é a soma sobre todas as frequências de *Fourier*, $w_j = 2\pi j/n \in (-\pi, \pi]$, $j = 0, 1, \dots, [n/2]$.

Morettin e Tolo (2004), Morettin (2006) e Fox e Taqqu (1986), mostram que o estimador $\hat{\eta}_{MV}$ que minimiza (4.18) é consistente, se $d > 0$,

$$\hat{\eta}_{MV} \xrightarrow{D} \mathcal{N}(\eta, n^{-1} A^{-1}(\eta)), \quad (4.21)$$

em que $A(\eta)$ é uma matriz de ordem $(p + q + 1) \times (p + q + 1)$ com (j, k) -ésimo elemento dado por

$$A_{jk}(\eta) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial \ln f(\lambda; \eta)}{\partial \eta_j} \frac{\partial \ln f(\lambda; \eta)}{\partial \eta_k} d\lambda;$$

a variância σ_a^2 é estimada por

$$\hat{\sigma}_{MV}^2 = \frac{1}{n} \sum_j \frac{I_n(w_j)}{2\pi f(w_j; \hat{\eta}_{MV})},$$

provando desse modo a consistência, a normalidade e a eficiência assintótica dos estimadores de máxima verossimilhança de *Whittle*, para o processo $ARFIMA(p, d, q)$. Que sob certas condições, os estimadores obtidos, tem a mesma distribuição assintótica dos estimadores de máxima verossimilhança exatos (DÍAZ, 2006). O estimador do parâmetro d obtido a partir de (4.18) é chamado de *estimador de Whittle* ou *estimador de Fox-Taqqu*.

4.5.2 Método de Estimação GPH

O método *GPH* foi proposto por Geweke e Porter-Hudak (1983), para encontrar o parâmetro d a partir do método de regressão, utilizando a função periodograma. Este método baseia-se na equação que exhibe a relação entre as funções densidade espectral de um processo $ARFIMA(p, d, q)$ e de um processo $ARMA(p, q)$. Tal equação é reescrita de modo que se assemelha a uma equação de regressão linear simples, do tipo $y = \alpha + \beta X + \varepsilon$, onde o coeficiente de inclinação é dado por $\hat{\beta} = -d$.

Deste modo, seja $f_x(\lambda_j)$ uma função definida na forma de 4.20, para $\lambda_j = \frac{2\pi j}{n}$, $j =$

$0, 1, \dots, \lfloor \frac{n}{2} \rfloor^1$, onde n é o tamanho amostral. Tomando o logaritmo de $f_x(\lambda_j)$ e multiplicando por $f_u(0)$ em ambos os lados, $f_x(\lambda_j)$ pode ser escrito da forma

$$\ln f_x(\lambda_j) = \ln f_u(0) - d \ln |1 - e^{i\lambda}|^2 + \ln \frac{f_u(\lambda_j)}{f_u(0)}, \quad (4.22)$$

em que $f_u(\lambda)$ é a densidade espectral de u_t .

Adicionando $\ln(I_x)$, a ambos os lados de (4.22), obtêm-se

$$\ln I_x(\lambda_j) = \ln f_u(0) - d \ln(4 \operatorname{sen}^2(\frac{\lambda_j}{2})) + \ln \frac{f_u(\lambda_j)}{f_u(0)} + \ln \frac{I_x(\lambda_j)}{f_x(\lambda_j)}. \quad (4.23)$$

em que $I_x(\lambda_j)$ definido na forma de (4.19) é o periodograma.

O termo $\ln(\frac{f_u(\lambda_j)}{f_u(0)})$ pode ser desprezado quando se considerar apenas as frequências λ_j próximas de zero. Assim, pode-se reescrever (4.23) como um modelo de regressão linear

$$Y_j = \alpha - dX_j + \varepsilon_j, \quad j = 1, \dots, m, \quad (4.24)$$

em que $Y_j = \ln I_x(\lambda_j)$, $X_j = \ln(4 \operatorname{sen}^2(\frac{\lambda_j}{2}))$, $\varepsilon_j = \ln \frac{I_x(\lambda_j)}{f_x(\lambda_j)}$, $\alpha = \ln f_u(0)$, $m = cn^\alpha$, $0 < \alpha < 1$, e c é uma constante. Onde m é o *bandwidth*, que corresponde ao número de frequências utilizadas na regressão.

Conforme Morettin (2006), a relação linear em (4.24), sugere a utilização de um estimador de mínimos quadrados para d , isto é,

$$\hat{d}_{MQ} = - \frac{\sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2}. \quad (4.25)$$

Molinales (2007), escreve que o estimador do parâmetro d calculado por (4.25) chamado de *estimador GPH*, possui erros aproximadamente independentes, com distribuição Gumbel de média zero e variância $\frac{\pi^2}{6}$.

4.6 Análise de Intervenção

Em geral, séries de tempo e mais particularmente séries relacionadas às finanças podem ser afetadas por eventos de caráter externo, chamados de intervenção. Em razão da

¹O símbolo $\lfloor \cdot \rfloor$ denota a função parte inteira.

existência desses eventos, os mesmos não podem ser desconsiderados, pois corre-se o risco de estimação de modelos viesados e, conseqüentemente, reduzir o poder de previsão dos mesmos.

Uma intervenção corresponde à ocorrência de algum tipo de evento em determinado instante de tempo t , conhecido *a priori*. Essa ocorrência pode manifestar-se por um intervalo de tempo subsequente e que afeta, temporariamente, ou permanentemente uma série temporal. A análise de intervenção tem por objetivo avaliar o impacto de tal evento no comportamento da série, e está relacionada à realização de inferências sobre o efeito de eventos externos conhecidos sobre a série (MORETTIN; TOLOI, 2004).

Tais eventos que freqüentemente afetam as séries podem ser conseqüências de promoções em vendas, feriados, quedas em bolsa de valores, mudanças políticas, etc., devendo ser considerado quando da realização da modelagem da série. A não consideração desses eventos pode levar a modelos viesados e como conseqüência uma perda significativa de seu poder de previsão. Margarido (2000) mostra que nem sempre o exato momento da intervenção pode ser estabelecido, fato que acarreta efeitos indesejáveis sobre o modelo, causando a ampliação da variabilidade.

Segundo Morettin e Toloí (2004), o termo *intervenção* foi introduzido por Glass (1972), baseado no artigo de Box e Tiao (1965). As primeiras propostas de se fazer uma análise de intervenção parecem ter sido feitas nas áreas de ciências sociais, com Campbell (1963) e Campbell e Stanley (1966).

A análise de intervenção tem como referência os estudos iniciais de Tiao *et al.* (1975) que a utilizaram para avaliar o impacto de certas medidas de poluição em Los Angeles, no período de janeiro de 1955 a dezembro de 1972. Tais medidas incluíram a abertura em 1960, da auto-pista *Golden State Freeway*, que poderia ter afetado o tráfego no centro da cidade, e a introdução de regulamento para reduzir a proporção de hidrocarbonetos reativos na gasolina vendida em Los Angeles.

Bhattacharyya e Layton (1979) analisam o efeito da introdução de legislação sobre o uso de cinto de segurança em automóveis, no estado de Queensland (Austrália), sobre o número de mortes por acidentes rodoviários.

Sabóia (1976) utiliza a análise de intervenção para estudar o efeito da queda no padrão

de vida sobre o índice de mortalidade infantil no município de São Paulo, e teve por objetivo verificar a influência do poder aquisitivo das famílias sobre essa série.

Pino e Morettin (1981) aplicam análise de intervenção para avaliar o impacto de variações climáticas e medidas de política agrícola sobre séries de produção de café no Brasil.

A análise de intervenção em séries temporais foi planejada para tratar com situações onde as observações X_t são afetadas pela ocorrência de algum evento não usual em um tempo conhecido t_0 . Por exemplo, as vendas de um produto (*commodity*²) podem ser afetadas por uma súbita mudança em uma propaganda política ou por uma mudança em taxas legais. Ou seja, intervenções podem criar mudanças graduais e/ou abruptas nos valores de uma série temporal.

Situações como a chegada de um novo presidente em uma instituição levaria a um melhoramento gradual no preço de estoque para a empresa, ou, a instalação de um novo sistema computacional ocasionando uma queda súbita no tempo do processo em transações diárias. Esses exemplos representam intervenções que podem continuar por um tempo relativamente longo. Variáveis de intervenções deste tipo são chamadas função degrau ou *step*.

Intervenções, também, podem ser eventos de tempo curto. Por exemplo, uma mudança temporária na configuração da máquina de uma determinada fábrica causaria um efeito temporário de aumento ou diminuição na produção da mesma. Intervenções deste tipo são conhecidas como funções impulso ou funções pulso.

Suponha que o interesse seja na previsão de valores futuros e deseja-se ajustar um modelo adequado aos dados. Se as observações incluem o ponto t_0 pode-se argüir que no estágio do ajustamento do modelo as observações antes do tempo t_0 deveriam ser ignoradas; baseado na suposição de que a ocorrência de eventos não usuais pode alterar a estrutura de séries. Entretanto, isto ocasionaria um desperdício de dados (particularmente com série curtas) e poderia ser mais sensível tentar remover (tanto quanto possível) o efeito do “evento” de modo que o modelo pudesse ser ajustado com o conjunto total de observações.

²Commodity: palavra inglesa que significa mercadoria. Mas no mercado financeiro é utilizado para indicar um tipo de produto, geralmente agrícola ou mineral, de grande importância econômica internacional. Sendo amplamente negociado entre importadores e exportadores.

4.7 Tipos de Intervenção

As intervenções têm como característica principal, influenciar os dados registrados em um determinado tempo específico t_0 , com uma determinada duração específica. Existem três tipos de intervenções comumente utilizados:

i) Intervenção Pontual (*Função Impulso*)

Uma função impulso é um regressor *dummy* que assume o valor 1 no tempo da intervenção e o resto de seus valores 0. A duração de uma intervenção pontual é de um período de tempo. Ou seja,

$$X_{j,t} = I_t^{(T)} = \begin{cases} 0, & t \neq T \\ 1, & t = T. \end{cases} \quad (4.26)$$

As intervenções pontuais são úteis para avaliar promoções que ocorrem em um único (ou simples) período de tempo específico e cuja influência na série cessará depois disso (Figura 4.2a).

ii) Intervenção Degrau (*Função Step*)

Uma intervenção degrau é um regressor *dummy* cujos valores antes da intervenção são 0 e cujos valores subsequentes são todos 1. A duração de uma intervenção degrau é o número de períodos desde o tempo t_0 até o final da série temporal. Ou seja,

$$X_{j,t} = S_t^{(T)} = \begin{cases} 0, & t < T \\ 1, & t \geq T. \end{cases} \quad (4.27)$$

As intervenções degrau são úteis para a avaliação de promoções que ocorrem durante após um período de tempo específico e cuja influência permanece na série depois da intervenção (Figura 4.2b).

iii) Intervenção Rampa

Uma intervenção rampa é um regressor *dummy* cujos valores antes e durante da intervenção são 0 e cujos valores subsequentes aumentam linearmente depois de ocorrida a intervenção. A duração de uma intervenção rampa é o número de períodos desde o tempo t_0 até o final da série temporal. Ou seja,

$$X_{j,t} = R_t^{(T)} = \begin{cases} 0, & t < T \\ (t - T), & t \geq T. \end{cases} \quad (4.28)$$

As intervenções rampa são úteis para a avaliação de promoções que ocorrem durante e após um período de tempo específico e cuja influência sobre a série temporal aumenta depois disso (Figura 4.2c). Se a duração da promoção encerra antes do final da série temporal, duas intervenções rampa que se compensam, podem ser utilizadas.

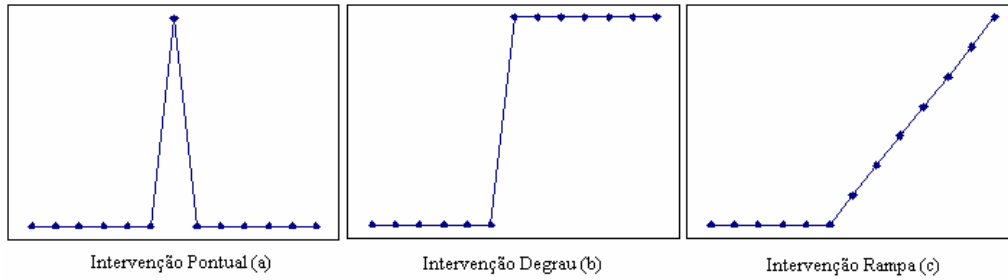


Figura 4.2 Representação gráfica das intervenções dos tipos pontual, degrau e rampa.

Note que, a função impulso ($I_t^{(T)}$) pode ser produzida pela diferenciação da função *step* ($S_t^{(T)}$). Ou seja, $I_t^{(T)} = S_t^{(T)} - S_{t-1}^{(T)} = (1 - B)S_t^{(T)}$. Conseqüentemente, um modelo de intervenção pode ser bem representado com a função *step* ou com a função impulso. A utilização de uma forma específica é baseada, geralmente, na conveniência da interpretação.

Em geral, o efeito de uma intervenção é mudar o nível da série ou, então, a inclinação. Entretanto, há três fontes de ruído que podem obscurecer o efeito da intervenção: tendência, sazonalidade e erro aleatório.

A existência de tendência numa série pode levar a falsas conclusões. De certo modo, se existir tendência na série e uma intervenção ocorrer no instante t , o fato do nível pós-intervenção ser maior do que o nível pré-intervenção, poderá ser simplesmente devido à tendência. Uma forma de esclarecimento dos efeitos da intervenção numa série temporal, é a utilização dos modelos *SARIMA*, onde a tendência, sazonalidade e o erro aleatório são considerados, quando a componente residual N_t é modelada.

Várias combinações de intervenções do tipo pontual, degrau e rampa e outros tipos de intervenções podem ser utilizadas para modelar eventos complexos. Entretanto, a utilização excessiva de intervenções pode ser perigosa. Queiroz (2006) comenta que, “*no caso extremo, a utilização de uma intervenção em cada ponto da série pode definir completamente a série temporal, e o modelamento de previsões, neste caso, é inútil*”.

Uma classe geral de modelos que leva em consideração a ocorrência de múltiplas intervenções é dada por

$$Z_t = \sum v_j(B)X_{j,t} + N_t, \quad (4.29)$$

onde, N_t , é a série temporal livre do efeito das intervenções, denominada de série residual;

$X_{j,t}$, $j=1,2,\dots,k$, são variáveis de intervenção; $v_j(B)$, $j=1,2,\dots,k$, funções racionais (*função de transferência*) da forma

$$\frac{\omega_j(B)B^{b_j}}{\delta_j(B)}, \quad (4.30)$$

em que v_j é filtro *função de transferência* (de ordem finita ou infinita); ω_0 é o fator de escala; $\omega_j(B) = \omega_{j,0} - \omega_{j,1}(B) - \omega_{j,2}(B^2) - \dots - \omega_{j,s}(B^s)$ e $\delta_1(B) = 1 - \delta_{j,1}(B) - \delta_{j,2}(B^2) - \dots - \delta_{j,r}(B^r)$, são polinômios em B , b_j é a defasagem no tempo para o início do efeito da j -ésima intervenção.

Se $r = 0$, $v_j(B)$ é de ordem finita, caso contrário, será de ordem infinita. Se cada valor da intervenção influencia ambos os valores passados e atuais, então a intervenção é uma variável de regressão dinâmica. No caso em que a série de entrada seja uma intervenção, o filtro *função de transferência*, $v_j(B)$, é também referido como a intervenção resposta. A influência geral de uma intervenção sobre a série temporal básica é subseqüentemente referido como o efeito da intervenção ($v_j(B)\xi$) que descreve a influência de um determinado evento sobre o tempo.

4.8 Efeitos da Intervenção

Uma intervenção pode afetar uma série temporal de interesse de várias maneiras. Na sua manifestação, ela pode ser *abrupta* ou *residual*; na sua duração, *permanente* ou *temporária*. Pode haver, também, mudança na variabilidade da série, após a intervenção, bem como um efeito de evolução pode aparecer, a série decai inicialmente e depois retoma o crescimento, até atingir um novo nível. Portanto, para cada efeito de intervenção têm-se uma forma apropriada para a função de transferência $v_j(B)$ de (4.29).

Supor que se utilize uma seqüência de entrada X_t que assume os valores zero até o tempo $t = 20$ e valores 1 do tempo $t = 21$ em diante. Se o modelo é

$$Z_t = \alpha + \omega_0 X_t + \text{residuo}(N_t), \quad (4.31)$$

até o tempo $t = 20$, tem-se,

$$Z_t = \alpha + \text{residuo}, \quad (4.32)$$

e do tempo $t = 21$ em diante, tem-se,

$$Z_t = \alpha + \omega_0 + \text{residuo}. \quad (4.33)$$

Então, Z_t experimenta uma mudança imediata de nível (de α para $\alpha + \omega_0$) em $t = 21$. Mudando o modelo para

$$Z_t - \delta Z_{t-1} = \alpha + \omega_0 X_t + \text{residuo}, \quad (4.34)$$

ou

$$Z_t = \alpha' + \frac{\omega_0 X_t}{(1 - \delta B)} + \text{residuo}, \quad (4.35)$$

onde $\alpha' = \frac{\alpha}{1 - \delta B}$ é o valor esperado de Z_t quando X é zero e $v(B) = \frac{\omega_0}{1 - \delta B} = \omega_0(1 + \delta B + \delta^2 B^2 + \dots)$, então, $Z_t = \alpha' + \omega_0(X_t + \delta X_{t-1} + \delta^2 X_{t-2} + \dots) + \text{residuo}$.

No tempo $t = 21$, $X_{21} = 1$, e nos tempos anteriores, os valores de X_t são iguais a zero, de modo que $Z_{21} = \alpha' + \omega_0 + \text{residuo}$.

No tempo $t = 22$, $Z_{22} = \alpha' + \omega_0(1 + \delta) + \text{residuo}$. E no tempo $t = 23$, $Z_{23} = \alpha' + \omega_0(1 + \delta + \delta^2) + \text{residuo}$.

De modo que Z_t eventualmente se aproxima $\alpha' + \frac{\omega_0}{(1 - \delta)}$, quando se ignora o resíduo. Então, pode-se verificar que razões de polinomiais no operador atraso, B , podem fornecer aproximações interessantes para novos níveis. A identificação das intervenções é feita pela comparação do comportamento de Z_t próximo ao ponto de intervenção por meio de um catálogo de comportamentos típicos de diversas funções de transferências.

4.9 Teste de Intervenção

Se a série temporal $\{X_t\}$ possui $N = N_1 + N_2$ observações, com N_1 anteriores à ocorrência de uma intervenção e N_2 posteriores a intervenção, com $X_1, \dots, X_{N_1} \sim N(\mu_1, \sigma^2)$ e $X_{N_1+1}, \dots, X_N \sim N(\mu_2, \sigma^2)$ sendo independentes, isto é, não correlacionadas, utiliza-se a estatística

$$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \delta}{S \sqrt{\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}}}, \quad (4.36)$$

onde $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ são médias amostrais e S é a estimativa do desvio padrão populacional. A estatística em 4.36 possui distribuição t de Student, sob $H_0 : \delta = \delta_0$, onde $\delta = \mu_2 - \mu_1$.

Contudo, se as observações são usualmente correlacionadas, e a série não-estacionária, apresentando tendências e ou componentes sazonais, a estatística em (4.36) pode não ser adequada (MORETTIN; TOLOI, 2004). Um método alternativo sugerido por Box e Tiao (1976) para testar intervenções em séries com as características acima, segue o seguinte procedimento:

- a) Identificar e estimar um modelo estocástico para a parte da série anterior à intervenção;
- b) Usar este modelo para fazer previsões dos valores posteriores à intervenção; estas previsões são comparadas com os valores reais para avaliar o efeito da intervenção;
- c) Calcular funções apropriadas dos erros de previsões, que possam indicar possíveis mudanças no modelo postulado.

4.10 Função de Transferência

Os modelos de intervenção são um caso particular dos modelos de função de transferência, desse modo, a utilização da função de transferência possibilita o estudo do comportamento da série considerando uma possível mudança estrutural verificada nos dados, ou seja, é uma metodologia que possibilita testar uma mudança em um ponto específico de uma série temporal.

Uma das etapas do processo de análise de intervenção é complementada com a submissão da série aos “*modelos de função de transferência*”. Tais modelos utilizam valores previstos de variáveis explicativas para produzir previsões da variável dependente, isto é, a variabilidade na previsão de variáveis explicativas é incorporada na previsão da variável dependente. Na literatura, os modelos de funções de transferências são algumas vezes referidos como modelos de regressão dinâmicos.

Um modelo de função de transferência geral com uma variável explicativa e k lags é expresso como

$$Y_t = \mu + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \dots + \beta_k X_{t-k} + Z_t, \quad (4.37)$$

onde Y_t , é a variável dependente da série temporal; μ , o termo constante; β_0 , parâmetro

associado com o valor atual da variável explicativa; X_t , o valor atual da variável explicativa; $\beta_1, \dots, \beta_k$, parâmetros associados com os valores defasados da variável explicativa. Esses valores, junto com β_0 , são chamados pesos da resposta impulso ou pesos da função de transferência; e Z_t , é a série temporal de erros autocorrelacionados.

A aplicação da função de transferência em uma ou mais variáveis explicativas observáveis $\{X_t\}$ é feita a partir de uma razão de operadores atraso polinomiais

$$Y - \mu = \frac{1 - \theta_1 B}{1 - \phi_1 B} (X_{t-1} - \mu) + Z_t. \quad (4.38)$$

De modo que, depois de uma defasagem de k períodos, o modelo cuja função de transferência foi aplicada, possui um coeficiente principal seguido de uma diminuição arbitrária, decaindo, então, os expoentes, de modo exponencial para X_{t-j} .

4.10.1 Identificação da Função de Transferência

O procedimento para identificação da função de transferência a ser utilizado no modelo de intervenção, consiste em:

- i) Estimar um modelo de intervenção preliminar com uma entrada apropriada para a variável de intervenção;
- ii) Identificar o processo do modelo de erro para o modelo a partir da função de autocorrelação (*FAC*), função de autocorrelação inversa (*FACI*) e função de autocorrelação parcial (*FACP*);
- iii) Estimar um modelo final de intervenção que inclua parâmetros autoregressivos e de médias móveis para o processo do modelo de erro.

Os modelos de intervenção são diferentes dos modelos de função de transferência no sentido de que eles não podem usar o gráfico da correlação cruzada para identificar o termo *lag* de transferência da componente de entrada para um modelo de intervenção.

O único modo de identificar a forma de entrada apropriada para a variável de intervenção é comparar o gráfico da série temporal dependente, aos gráficos teóricos dos diferentes processos de entrada. Por exemplo, uma diminuição ou então um decaimento exponencial para um novo nível indica um *lag* numerador e denominador, respectivamente. No caso de um decaimento exponencial direto, indica um *lag* denominador.

4.11 Gráfico MMEP

O gráfico de controle da Média Móvel Exponencialmente Ponderada (MMEP) foi introduzido por Roberts (1959), indicado para observações individuais correlacionadas, sendo uma das alternativas para o gráfico de controle de Shewart, por ser robusto a não normalidade (MONTGOMERY, 2004). A *MMEP* é definida como

$$Z_i = \lambda X_i + (1 - \lambda)Z_{i-1}, \quad (4.39)$$

onde $0 < \lambda \leq 1$ é uma constante e o valor inicial (exigido com a primeira amostra em $i = 1$) é o alvo do processo, de modo que $Z_0 = \mu_0$. Algumas vezes, a média de dados preliminares é usada como o valor inicial da *MMEP*, de modo que $Z_0 = \bar{x}$.

Para demonstrar que a *MMEP* Z_i é uma média ponderada de todas as médias de amostras anteriores, substitui-se Z_{i-1} no membro direito da Equação (4.39) para obter

$$\lambda x_i + (1 - \lambda)[\lambda x_{i-1} + (1 - \lambda)Z_{i-2}] = \lambda x_i + \lambda(1 - \lambda)x_{i-1} + (1 - \lambda)^2 Z_{i-2}, \quad (4.40)$$

continuando a substituir recursivamente Z_{i-j} , $j = 2, 3, \dots, t$, obtém-se

$$\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j x_{i-j} + (1 - \lambda)^i Z_0. \quad (4.41)$$

Os pesos $\lambda(1 - \lambda)^j$ decrescem geometricamente com a idade da média amostral. Além disso, os pesos têm soma um, pois

$$\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j = \lambda \left[\frac{1 - (1 - \lambda)^i}{1 - (1 - \lambda)} \right] = 1 - (1 - \lambda)^i. \quad (4.42)$$

Conforme Montgomery (2004), a *MMEP* é utilizada extensivamente na modelagem de séries temporais e previsões, por ser muito eficaz contra pequenas mudança no processo. Como a *MMEP* pode ser considerada como uma média ponderada de todas as informações passadas e corrente, o gráfico *MMEP* é insensível à hipótese de normalidade. Assim, é um gráfico de controle ideal para ser usado em observações individuais (MONTGOMERY, 2004).

Se as observações x_i são variáveis aleatórias independentes com variância σ^2 , então a variância de Z_i é

$$\sigma_{Z_i}^2 = \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2i}]. \quad (4.43)$$

Portanto, o gráfico de controle *MMEP* pode ser construído pela “*plotagem*” de Z_i *versus* o número da amostra i (ou tempo). A linha central e os limites de controle superior e inferior para o gráfico de controle *MMEP* são obtidos a partir de

$$LSC = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}[1 - (1-\lambda)^{2i}]}, \quad (4.44)$$

$$LC = \mu_0 \quad (4.45)$$

$$LSC = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}[1 - (1-\lambda)^{2i}]}. \quad (4.46)$$

onde L nas Equações (4.44) e (4.46) é a largura dos limites de controle.

Em resumo, este capítulo mostrou as propriedades das séries com longa dependência ou memória longa, a descrição dos testes para identificação de longa dependência e dos modelos *ARFIMA*, assim como, os métodos de estimação mais usuais. Posteriormente apresenta-se as técnicas de análise de intervenção, detalhando os tipos e efeitos de intervenção, os testes de intervenção também foram mostrados, juntamente com a função de transferência e sua identificação, finalizando com uma descrição sumária do gráfico *MMEP*.

5. Modelos de Volatilidades

Os modelos apresentados nos capítulos anteriores assumiam suposições de estacionariedade e homocedasticidade. Neste capítulo, será mostrada uma descrição sumária, de alguns modelos que quebram a suposição de homocedasticidade, os chamados modelos heterocedásticos, da família *ARCH*. Cujas aplicabilidade é de suma importância no cumprimento de um dos objetivos deste estudo, a modelagem da volatilidade série *VaR Pré*.

5.1 Retornos

Um dos objetivos em finanças é a avaliação dos riscos de uma determinada carteira de ativos financeiros. O risco é freqüentemente medido em termos de variações de preços de ativos. Neste estudo, um dos objetivos é mensurar essas variações a partir dos retornos do valor do *VaR Pré* em um determinado instante t .

A variação de preço entre o instante $t-1$ e t é dada por $\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$ e a variação relativa ou retorno líquido simples entre os mesmos instantes é definido por

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}}. \quad (5.1)$$

Note que $R_t = P_t/P_{t-1} - 1$. Então, $1 + R_t = P_t/P_{t-1}$ é chamado de retorno bruto simples.

Do mesmo modo, denotando $p_t = \log P_t$ (sendo o logaritmo na base e), defini-se o retorno composto continuamente ou simplesmente *log-retorno* como

$$r_t = \log \frac{P_t}{P_{t-1}} = \log(1 + R_t) = p_t - p_{t-1}. \quad (5.2)$$

Esta definição será chamada simplesmente de *retorno*. Na prática é preferível trabalhar com retornos, que são livres de escalas e possuem propriedades estatísticas mais interessantes como estacionariedade e ergodicidade; (MORETTIN, 2006).

Diversas classes de modelos podem ser utilizadas para modelar retornos, tais como os modelos *ARMA*, *ARCH*, *GARCH*, modelos de volatilidade estocástica, etc.

5.1.1 Características e Fatos Estilizados dos Retornos

As séries econômicas e financeiras apresentam algumas características que são comuns a outras séries temporais, como: (a) tendências; (b) sazonalidade; (c) pontos influentes (atípicos); (d) heteroscedasticidade condicional; (e) não-linearidade.

A característica mais complicada de definir é a não-linearidade. De um modo bastante geral, pode-se dizer que uma série econômica ou financeira é não-linear quando responde de maneira diferente a choques grandes ou pequenos, ou ainda, a choques negativos ou positivos. Por exemplo, uma queda de um índice da Bolsa de Valores de São Paulo pode causar maior volatilidade no mercado do que uma alta.

Os principais fatos estilizados relativos aos retornos financeiros podem ser resumidos como: (1) retornos são em geral não autocorrelacionados; (2) os quadrados dos retornos são autocorrelacionados, apresentando uma correlação no *lag* 1 pequena e depois uma queda lenta das demais; (3) apresentam agrupamentos de volatilidade ao longo do tempo; (4) a distribuição (incondicional) dos retornos apresenta caudas mais pesadas do que uma distribuição normal, além do que, a distribuição, embora aproximadamente simétrica, é geralmente leptocúrtica e (5) algumas séries de retornos são não-lineares.

5.1.2 Volatilidade

As séries de retornos financeiros apresentam variância condicional evoluindo no tempo. Na área financeira consagrou-se a palavra *volatilidade*, para descrever a variância condicional de uma variável, comumente, a variância condicional de um determinado retorno.

A chamada *volatilidade* manifesta-se de várias maneiras. Desse modo, existem três enfoques no tratamento e cálculo de volatilidades:

- i) equacionando um preço de mercado observado, com o preço modelado de uma determinada opção, obtêm-se a chamada *volatilidade implícita*, que usualmente é baseada na fórmula de Black-Scholes, supondo normalidade dos preços e volatilidade constante;
- ii) modelagem direta da volatilidade das séries de retornos, usando alguma família de modelos, como a dos modelos *ARCH*, onde obtêm-se a *volatilidade estatística*, o que nos interessa neste estudo;

iii) outra alternativa é modelar a volatilidade por meio de uma média de uma função dos últimos k -retornos, a chamada *volatilidade histórica*.

Os valores obtidos pelas diversas abordagens podem ser muito diferentes. De qualquer modo, “a volatilidade é uma medida de variabilidade de preços de ativos” e normalmente é muito difícil prever variações de preços. Mas em toda atividade financeira, como a gestão de risco, há uma necessidade de se prever a volatilidade, como forma de mitigação dos riscos.

5.2 Modelos ARCH(r)

Existem vários métodos de especificar como a volatilidade varia com o tempo. Uma das formas utilizada para modelar a volatilidade foi proposta por Engle (1982), cuja estratégia consiste em assumir que ela depende dos quadrados dos erros passados, $\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2}, \dots$, a partir de uma autoregressão. No caso mais simples, faz-se,

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{c + \alpha \varepsilon_{t-1}^2} = v_t \sqrt{h_t}, \quad (5.3)$$

onde $\{v_t\}$ é uma série puramente aleatória com média zero e variância igual a 1, v_t e ε_t são independentes. Segue que a esperança condicional é zero e a variância condicional é dada por,

$$\sigma_t^2 = h_t = c + \alpha \varepsilon_{t-1}^2. \quad (5.4)$$

Neste caso, pode-se dizer que a variância segue um processo auto-regressivo condicionalmente heterocedástico de ordem 1, $ARCH(1)$. Nota-se a necessidade de impor as restrições $c > 0$ e $\alpha > 0$ para que seja sempre positiva. Quando $\alpha = 0$ a variância condicional é constante e ε_t é um processo condicionalmente homocedástico. Além disso, para garantir a estacionariedade da autoregressão, a restrição imposta é $0 < \alpha < 1$.

Percebe-se, também, que (5.4) não inclui um termo de erro e, portanto não é um processo estocástico. Basicamente, a Equação (5.4) diz que erros grandes (ou pequenos) em valor absoluto tende a ser seguido por erros grandes (ou pequenos) em valor absoluto. Portanto, o modelo é adequado para descrever séries aonde as volatilidades ocorrem em grupos (EHLERS, 2007).

Estas idéias podem ser generalizadas para processos mais gerais $ARCH(p)$ em que a

variância condicional depende dos quadrados de p erros passados, isto é,

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{c + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2}, \quad (5.5)$$

e então a variância condicional é modelada como,

$$\sigma_t^2 = E(\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1}^2, \dots, \varepsilon_{t-p}^2) = c + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2. \quad (5.6)$$

Neste caso, Morettin e Toloi (2004) sugerem que, para garantir que σ_t^2 seja sempre positiva é necessário impor as seguintes restrições $c > 0$ e $\varepsilon_1 \geq 0, \dots, \varepsilon_p \geq 0$, para garantir estacionariedade é necessário também que as raízes de $1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_p B^p = 0$, estejam fora do círculo unitário. Juntando estas restrições, equivale a impor a restrição $c > 0$ e $\sum_{i=1}^p \alpha_i < 1$.

Do mesmo modo, pode-se reescrever o modelo $ARCH(p)$ como um modelo $AR(p)$ para σ_t^2 definindo os erros ε_t como anteriormente, isto é,

$$\sigma_t^2 = c + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2. \quad (5.7)$$

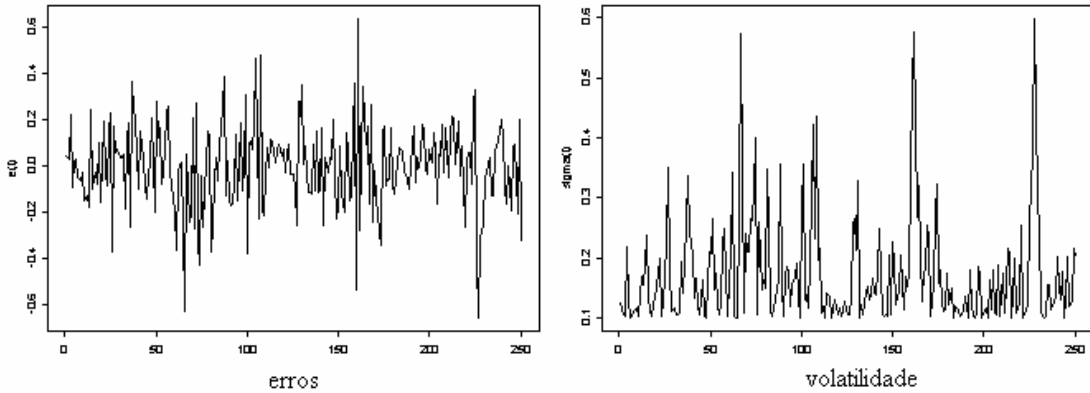


Figura 5.1 Simulação dos erros e da volatilidade do modelo $ARCH(1)$.

Para ilustração, a Figura (5.1) mostra os erros e a volatilidade de um processo $ARCH(1)$ simulado por intermédio de uma sequência $\{v_t\}$ de 250 números aleatórios *i.i.d.*, gerados de a partir uma distribuição $N(0, 1)$, construída usando a Equação (5.3), com $c = 1$ e $\alpha = 0.8$.

As previsões da volatilidade para um determinado horizonte de tempo, podem ser obtidas recursivamente utilizando-se o modelo $ARCH(p)$. Por exemplo, a previsão um passo

à frente no tempo t é dada por,

$$\sigma_t^2 = c + \alpha_1 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \cdot \varepsilon_{t-p+1}^2. \quad (5.8)$$

Uma consequência da utilização dos modelos *ARCH* em termos de previsão, segundo Nicolau (1999), é o aumento da confiabilidade dos intervalos de previsão. Se a variância condicionada da série segue um processo *ARCH* então a sua variância para o período de previsão pode ser facilmente calculada a partir da informação da variabilidade ocorrida anteriormente. A característica chave dos modelos *ARCH* é que a variância condicional dos erros ε se comporta como um processo autoregressivo. Portanto, deve-se esperar que os resíduos de um modelo *ARMA* ajustado a uma série temporal observada também sigam este padrão característico.

Em particular, se o modelo ajustado for adequado então a função de autocorrelação (*FAC*) e a função de autocorrelação parcial (*FACP*) dos resíduos devem indicar um processo puramente aleatório, no entanto se a *FAC* dos quadrados dos resíduos, ε_t^2 , tiver um decaimento característico de uma autoregressão isto é uma indicação de que um modelo *ARCH* pode ser apropriado. Em suma, é possível identificar a ordem q de um processo por intermédio da análise da *FAC* e *FACP* dos seus resíduos e a ordem p do processo pode ser identificada a partir da *FACP* dos quadrados dos resíduos (NICOLAU, 1999).

5.3 Modelos GARCH(r,s)

O modelo *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedascity* (*GARCH*), proposto por Bollerslev (1986), constitui-se numa tentativa de expressar de forma mais parcimoniosa a dependência temporal da variância condicional. Neste modelo a variância condicional além de depender do quadrado dos retornos passados como no modelo *ARCH*, depende também dos passados das próprias variâncias condicionais. Segundo Morettin (2006), um modelo *GARCH* é definido por

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t,$$

onde

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j h_{t-j}, \quad (5.9)$$

em que ε_t são *i.i.d.* $F(0,1)$, $\alpha_0 \geq 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$, $\sum_{i=1}^q < 1$, $q = \max(r, s)$, supondo F sendo uma distribuição normal ou *t-student* com v graus de liberdade, ou ainda uma distribuição de erro generalizada.

Os modelos *GARCH* possuem as mesmas vantagens e desvantagens dos modelos *ARCH*, onde as volatilidades altas são precedidas de retornos ou volatilidades grandes, observando-se os grupos de volatilidades presentes em séries financeiras.

A identificação da ordem de um modelo *GARCH* a ser ajustado a uma série real usualmente é difícil. Morettin (2006) recomenda a utilização de modelos de ordem baixa, como (1,1), (1,2), (2,1) ou (2,2), e toma-se como base para a escolha do melhor modelo, os critérios *AIC* ou *BIC*, conjuntamente com os valores de curtose e assimetria, da log-verossimilhança e de alguma função de perda.

5.4 Modelos EGARCH(p,q)

Geralmente no mercado financeiro, observa-se que períodos de quedas nos preços são freqüentemente seguidos por períodos de intensa volatilidade, enquanto que em períodos de alta nos preços, a volatilidade não é tão intensa. Tal fato é denominado *efeito alavancagem*. Em geral, choques positivos e negativos tendem a ter impactos diferenciados sobre a volatilidade, o chamado *efeito assimétrico*.

Essas assimetrias na volatilidade podem ser capturadas por uma variante dos modelos *ARCH*, o modelo *EGARCH* de Nelson (1991). No modelo proposto por ele o efeito de choques é exponencial e não quadrático. Não havendo necessidade de qualquer restrição paramétrica. A variância condicional h_t para o modelo *EGARCH*(p, q), é uma função assimétrica dos resíduos X_{t-i} defasados, podendo ser expressa como,

$$X_t = \sqrt{h_t} V_t,$$

e

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i g(V_{t-1}) + \sum_{j=1}^p \beta_j \ln(h_{t-1}), \quad (5.10)$$

em que V_t são variáveis aleatórias *i.i.d.* com média zero e variância unitária e $g(\cdot)$ é uma curva de impacto de informação dada por,

$$g(V_t) = \theta V_t + \gamma \{|V_t| - E(|V_t|)\}, \quad (5.11)$$

onde θ e γ são parâmetros reais, e $|V_t| - E(|V_t|)$ é uma seqüência de variáveis aleatórias *i.i.d.* com média zero.

A assimetria na volatilidade é capturada pelo coeficiente γ . Se $\gamma < 0$, um choque negativo aumentará volatilidade dos retornos. Se $\gamma > 0$, um choque positivo diminuirá a volatilidade dos retornos, entretanto se $\gamma = 0$, haverá uma ausência de assimetria. O coeficiente β do modelo indica a intensidade (persistência) dos choques na volatilidade da série.

5.5 Modelos IGARCH

Em séries financeiras de alta frequência, a variância condicional estimada utilizando um modelo *GARCH*, exibe uma forte persistência, isto é,

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j \approx 1. \quad (5.12)$$

Reescrevendo a Equação (5.9) como,

$$[1 - \alpha(B) - \beta(B)]\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + [1 - \beta(B)](\varepsilon_t^2 - \sigma_t^2). \quad (5.13)$$

E se o polinômio $[1 - \alpha(B) - \beta(B)]$ possui raiz unitária, resulta no modelo Integrado *GARCH*, o chamado *IGARCH* de Bollerslev (1986). Sendo também denominados de integrado na variância se $\alpha_0 = 0$ e integrado na variância com tendência se $\alpha_0 > 0$.

Neste modelo a informação corrente permanece importante para a previsão da volatilidade em qualquer horizonte de tempo. Então, se o modelo básico *GARCH* for estendido para admitir uma raiz unitária na variância condicional, o processo *IGARCH*, admite que choques tenham um efeito permanente na variância condicional.

5.6 Modelos FIGARCH

Introduzido por Baillie, Bollerslev e Mikkelsen (1996), o modelo *GARCH* com Integração Fracionária (*FIGARCH*), é indicado para séries que apresentam persistência de choques na variância por um longo intervalo de tempo.

O modelo *FIGARCH* é dado por,

$$\sigma_t^2 = \frac{\alpha_0}{[1 - \beta(B)]} + \{1 - \phi(B)[1 - \beta(B)]^{-1}(1 - B)^d\}\varepsilon_t^2, \quad (5.14)$$

com $0 \leq d \leq 1$.

Existem importantes diferenças na dissipação da persistência para $d = 0$ e $0 \leq d \leq 1$. No caso dos modelos *GARCH*, os choques decaem a uma taxa exponencial mais rapidamente, enquanto que no modelo *FIGARCH* efetivam-se a uma taxa hiperbólica. Se $d = 1$, obtêm-se o modelo *IGARCH*, no qual os choques são permanentes.

Neste capítulo foram apresentados os conceitos de retornos e volatilidade, assim como, os principais modelos de volatilidade, para séries univariadas.

6. Análise Empírica e Resultados

6.1 Introdução

Os dados utilizados neste estudo foram obtidos junto à Gerência de Riscos Financeiros (*GERIS*) do Banco da Amazônia, na Coordenadoria de Gestão de Risco de Mercado e Liquidez (*COMEL*). A escolha dos pacotes computacionais para o desenvolvimento deste trabalho, levou em consideração dois fatores preponderantes: a modelagem dos dados e as técnicas utilizadas. Neste caso optou-se pela utilização dos aplicativos *Eviews* 3.0, *SAS* 9.0, *S+FinMetrics* 6.1 e *Minitab* 14.0, todos versões *free* ou licenciados.

Este capítulo mostrará a análise empírica dos dados, tendo como destaques: os testes para verificação de memória longa; a estimação do parâmetro d e dos modelos *ARFIMA*; a análise de intervenção; e os modelos de volatilidade, assim como os resultados das previsões dos modelos utilizados. Portanto, este capítulo está dividido em dez seções que enfatizam os seguintes aspectos: a Seção 6.2 apresenta a descrição do dados; a Seção 6.3 mostra a análise comportamental da série; a Seção 6.4 traz a análise espectral; a Seção 6.5 descreve o teste para longa dependência e estimação do parâmetro d ; a Seção 6.6 aborda a estimação dos modelos *ARFIMA*; a Seção 6.7 mostra a análise de intervenção; a Seção 6.8 destaca a modelagem da volatilidade; a Seção 6.9 expõe o comparativo e escolha do modelo e finalmente, a Seção 6.10 apresenta os valores máximos e mínimos estimados da série *VaR Pré*.

6.2 Descrição dos Dados

O conjunto de dados abrange o período de 04 de julho de 2005 a 29 de junho de 2007¹, e possui 498 informações. Refere-se a evolução histórica dos *valores em risco* em operações pré-fixadas, do Banco da Amazônia, o chamado *VaR Pré*, calculados diariamente pelo Sistema de Risco de Mercado dessa instituição, sendo representada graficamente na Figura 6.1 em milhares de reais.

¹O intervalo das observações é diário e composto pelos dias em que efetivamente ocorreram negociações no mercado financeiro.

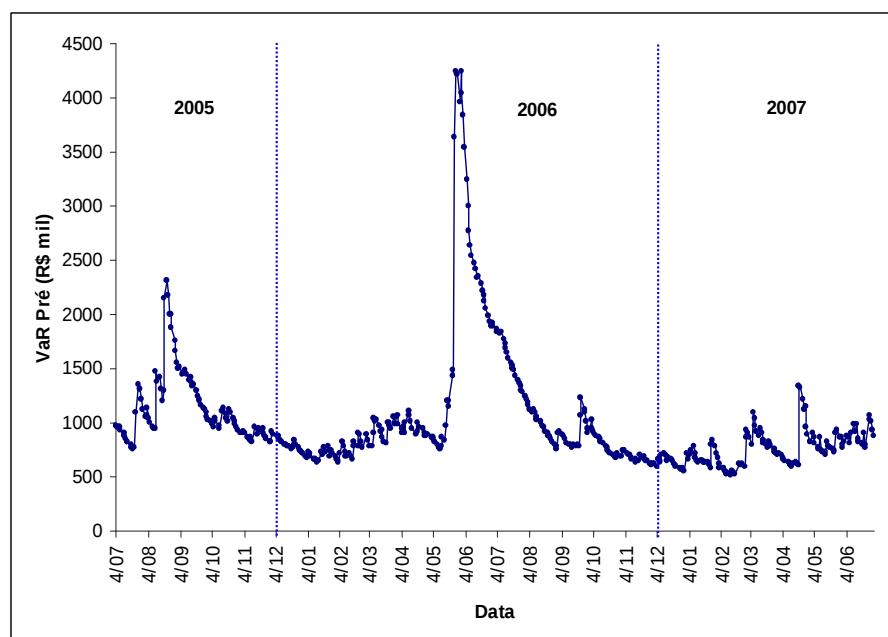


Figura 6.1 *Valores em Risco das operações pré-fixadas, no mercado financeiro, do Banco da Amazônia, no período de julho/2005 a junho/2007.*

A análise gráfica da série *VaR Pré*, mostra que a mesma apresenta dois picos bem destacados nos meses de agosto de 2005 e maio de 2006, que podem caracterizar intervenções na série, ao longo do período estudado. Quanto a existência de tendência, nada se pode afirmar.

A Tabela 6.1 apresenta as estatísticas descritivas da série *VaR Pré*, onde os resultados mostram um valor médio em torno de R\$ 1.019.462,00, um desvio padrão de R\$ 548.009,00 para o período amostral, conjuntamente com um coeficiente de assimetria² de 3,32, próximo da normalidade e um excesso de curtose³ de 13,57, característica própria de séries financeiras. O menor valor do *VaR Pré*, de R\$ 517.580,00, ocorreu em 13/02/2007, consequência da crise no mercado de ações da China, que impactou os mercados de ações em diversas partes do mundo, e o maior valor do *VaR Pré* de R\$ 4.249.712,00, aconteceu no dia 30/05/2006, no período da “crise nebulosa”, onde as bolsas mundiais caíram e as taxas de câmbio dos países emergentes se desvalorizaram perante o dólar, gerando insegurança no mercado financeiro internacional.

²Medida sugerida por Karl Pearson, usada para avaliar o grau de assimetria de uma distribuição, sendo utilizada quando se conhece as medidas de posição e variabilidade.

³Entende-se por curtose o grau de achatamento de uma distribuição, com referência à curva normal padrão.

Tabela 6.1 *Estatísticas descritivas da série VaR Pré, para o período de julho/2005 a junho/2007.*

Estatística	Valor
Média	1.019.462,00
Desvio Padrão	548.009,00
Mínimo	517.580,00
Máximo	4.249.712,00
Mediana	868.171,00
Assimetria	3,32
Curtose	13,57

6.3 Análise Comportamental da Série

Uma forma de analisar o comportamento de uma série temporal é a partir do seu histograma e da sua função de distribuição. A Figura 6.2 apresenta o histograma da série *VaR Pré*, em conjunto com a curva normal e o gráficos das probabilidades, a partir do teste de normalidade de *Kolmogorov-Smirnov*. Uma análise do histograma da Figura 6.2(a), mostra que a série *Var Pré*, apresenta uma ligeira assimetria à direita, onde há uma predominância de valores inferiores à média e um excesso de curtose, indicando uma distribuição leptocúrtica. Fugindo portanto, das características de normalidade. Confirmando o diagnóstico por intermédio do gráfico das probabilidades Normal na Figura 6.2(b).

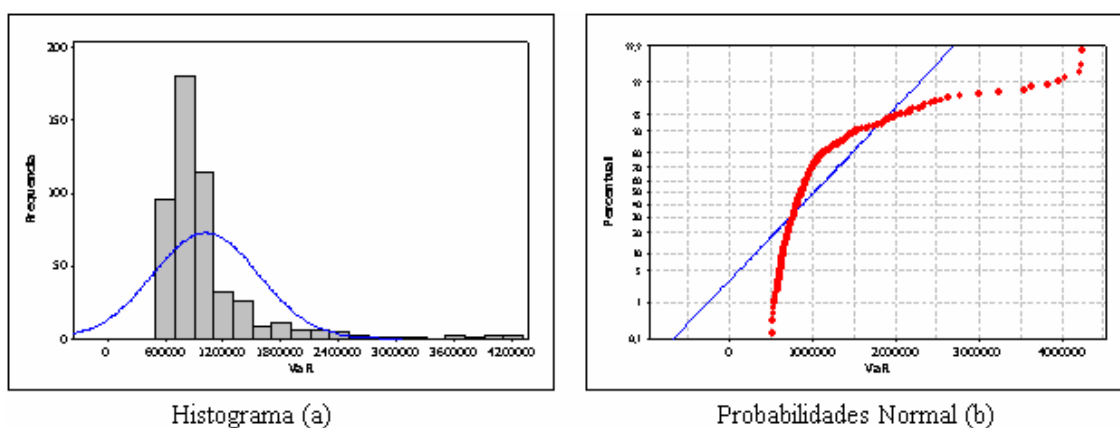


Figura 6.2 *Histograma e gráfico de probabilidades Normal da série Var Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.*

Complementando a análise do comportamento da série, as funções de distribuições acumuladas empíricas e teóricas são mostradas na Figura 6.3 em dois gráficos, para efeito

comparativo, onde a linha em azul define a distribuição teórica, e a linha em vermelho a distribuição empírica da série *VaR Pré*.

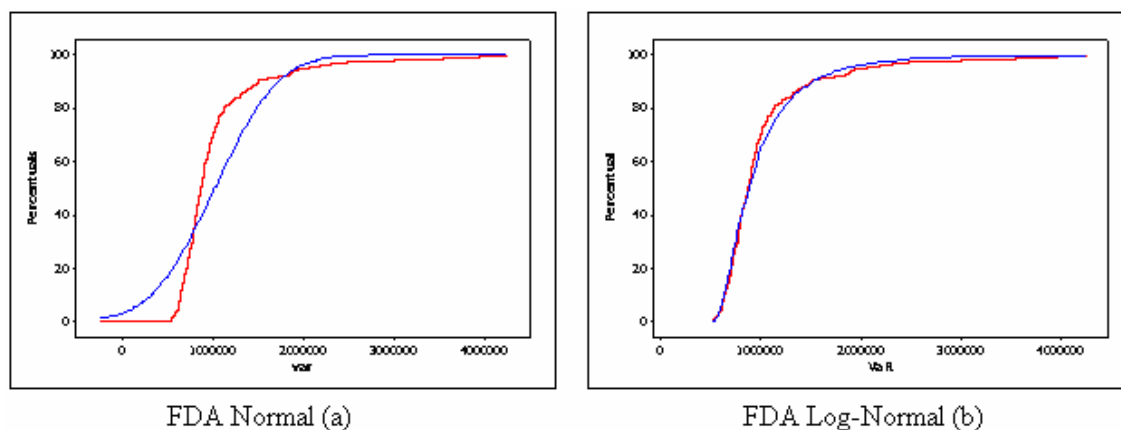


Figura 6.3 Função de distribuição acumulada teórica e empírica da série *VaR Pré*, no período de julho/2005 a junho/2007.

O gráfico da função de distribuição acumulada Normal na Figura 6.3(a) mostra que não houve ajuste da série *VaR Pré* a esta distribuição, devido as linhas em azul e vermelha não se sobrepuseram em nenhum momento, rejeitando a hipótese de normalidade da série *VaR Pré*. Entretanto, verifica-se no gráfico da função de distribuição acumulada Log-Normal na Figura 6.3(b), que as linhas em azul e vermelha se sobrepõem nesta distribuição, mostrando que houve um ajuste satisfatório da série *VaR Pré* à distribuição Log-Normal, confirmando o fato de que preços de ativos seguem uma distribuição Log-Normal, por serem não-negativos.

Nesta situação, onde a série *VaR Pré* não segue uma distribuição Normal, o mais indicado, é fazer uma transformação na série original e tentar obter uma distribuição mais simétrica e próxima da normal. Porém, Nelson (1976) mostra que transformações não melhoram a qualidade da previsão; e Makridakis e Hibon (1979) sugerem que dados transformados têm pouco efeito na melhoria da previsão. Deste modo, seguindo a linha de modelagem para previsões, não se faz necessário qualquer tipo de transformação na série *VaR Pré*.

Uma das suposições básicas para o estudo de séries temporais é a de que a série seja estacionária. Em virtude dessa condição, utiliza-se, neste estudo, a função de autocor-

relação amostral (FAC) para a análise de estacionariedade e a função de autocorrelação parcial amostral ($FACP$) na verificação da ordem do processo.

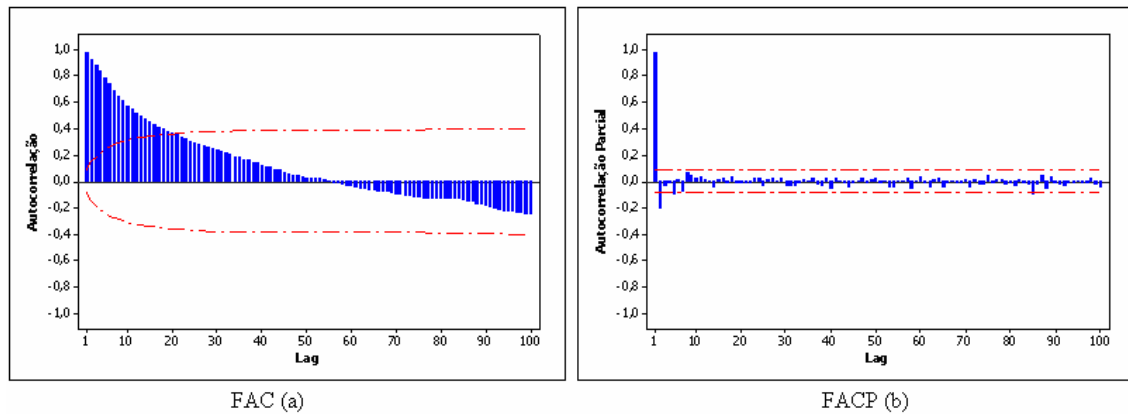


Figura 6.4 FAC e $FACP$ da série VaR Pré original, para o período de julho/2005 a junho/2007.

Os resultados apresentados por intermédio dos gráficos, mostram a FAC da série VaR Pré na Figura 6.4(a), que sugere um processo não estacionário, por apresentar um lento decaimento nas autocorrelações e uma forte dependência entre distantes observações, fator importante, que sugere também a existência de longa dependência na série. Por conseguinte, a $FACP$ da série VaR Pré na Figura 6.4(b), apresenta duas autocorrelações significativas, indicando um comportamento autoregressivo de ordem 2 para a série VaR Pré, ou seja, a série pode ser ajustada por um modelo $AR(2)$.

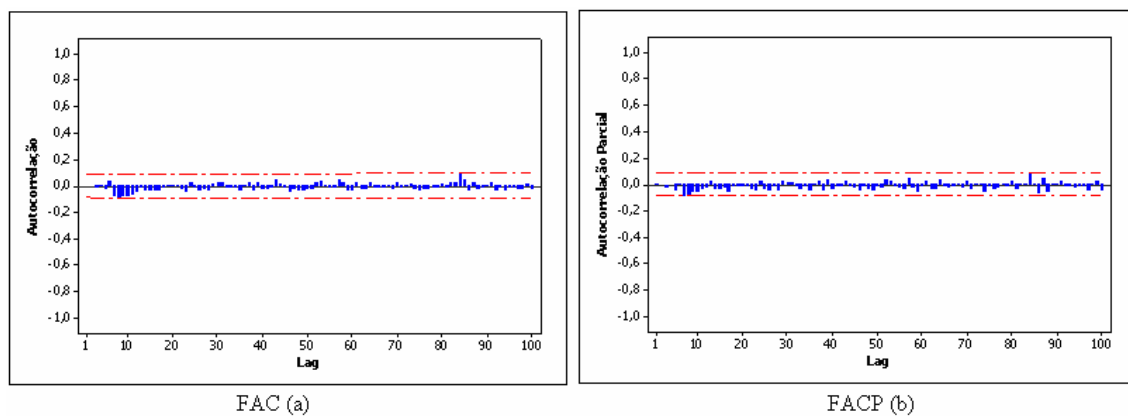


Figura 6.5 FAC e $FACP$ da série VaR Pré diferenciada, no período de julho/2005 a junho/2007.

Em seguimento a análise, a FAC da série VaR Pré diferenciada uma vez, na Figura 6.5(a), mostra que a série aparenta ser super-diferenciada, por apresentar valores nega-

tivos nos primeiros *lags*, assim como também a *FACP* na Figura 6.5(b), que exibe um comportamento semelhante. Neste caso, quando a série aparenta um excesso de diferenciação, o uso da análise espectral é de suma importância, como auxílio para a identificação da ordem de diferenciação.

6.4 Análise Espectral

O conceito de longa dependência ou memória longa está ligado ao fato da restrição de $d < 1$, esta situação pode ser vista claramente no domínio da frequência. Uma forma de verificação da existência de longa dependência na série *VaR Pré*, é a partir da análise espectral dos periodogramas da série.

Os periodogramas da série *VaR Pré* original e diferenciada mostram que a densidade espectral cresce quando a frequência se aproxima de zero (alta frequência) e o espectro parece ser infinito perto do zero (Figura 6.6(a)), indicando a necessidade de diferenciação da série. Entretanto, a série *VaR Pré* diferenciada, não apresentou nenhum poder perto de zero, um indicativo de que a primeira diferenciação foi excessiva. Esta situação pode ser verificada na Figura 6.6(b). Lembrando sempre, que a frequência perto do zero significa períodos grandes (exceto para periodicidades).

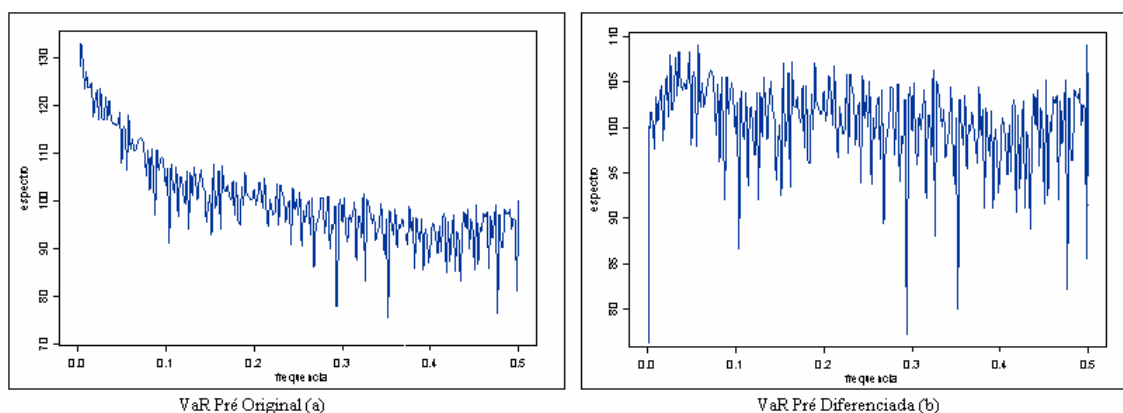


Figura 6.6 Periodogramas da série *Var Pré* original e diferenciada, no período de julho/2005 a junho/2007.

A necessidade de diferenciação da série *VaR Pré* poderá, também, ser testada utilizando-se um dos testes de raiz unitária. Porém, esses testes possuem pouco poder (probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando a mesma é falsa) contra alternativas fracionárias. Por-

tanto, faz-se necessário a utilização de testes específicos para detectar a existência de longa dependência e estimar o parâmetro d na série *VaR Pré*.

6.5 Teste de Longa Dependência e Estimação do Parâmetro d

Nesta seção serão apresentados os resultados dos testes de longa dependência da série *VaR Pré* e os valores estimados para o parâmetro d , a partir da aplicação de testes *R/S* clássico, *R/S* modificado e *GPH*.

Tabela 6.2 *Resultados dos testes para memória longa da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.*

Testes	Resultados
GPH	3.4597**
R/S	5.1100**
R/S Modificado	2.1688**

* significante a 5%. ** significante a 1%.

A Tabela 6.2 mostra os resultados dos três testes aplicados à série *VaR Pré*, onde todos apresentam valores significativos ao nível de significância de 1%, isto é, sugerem que a série *VaR Pré* apresenta longa dependência ou memória longa.

Em complemento aos testes anteriormente aplicados, utiliza-se o teste gráfico na escala *log-log* da estatística *R/S*, como confirmação à longa dependência da série *VaR Pré*. O gráfico *log-log* da série *VaR Pré* na Figura 6.7(a), apresenta uma reta ajustada por regressão linear, onde a linha pontilhada representa o argumento para inexistência de longa dependência. Neste caso, a linha contínua é afastada da linha pontilhada, evidenciando substancialmente a propriedade de longa dependência para a série *VaR Pré*; que apresenta um comportamento similar ao de uma série simulada, com longa dependência, com os mesmos parâmetros $\hat{\phi}$ e $\hat{d}$ da série *VaR Pré*, como se verifica na Figura 6.7(b).

Nos resultados dos testes para verificação de longa dependência, tanto a estatística *R/S*, como o teste *GPH*, fornecem valores estimados para o parâmetro d . Neste caso, o valor apresentado pelo teste *GPH*, é utilizado como referência para a estimação do valor de d .

A Tabela 6.3 mostra os resultados de estimação dos diferentes métodos para o valor

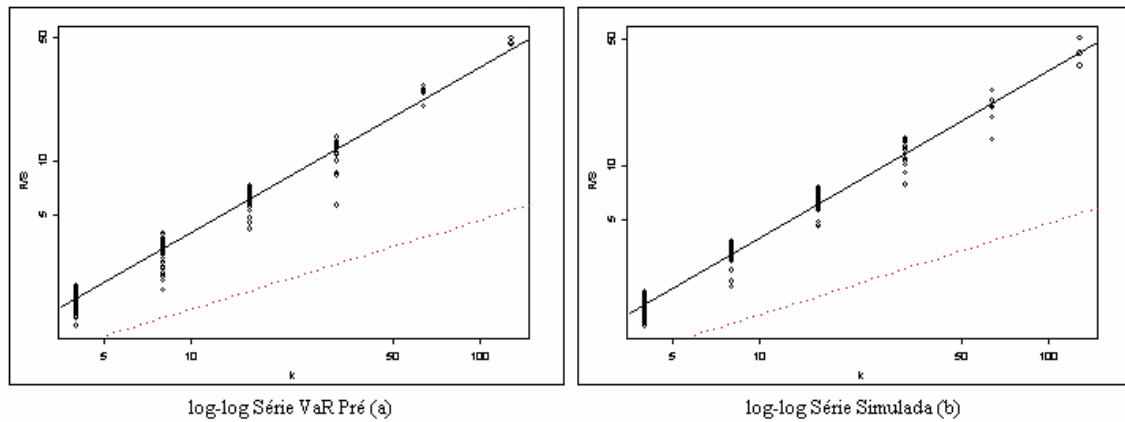


Figura 6.7 Gráfico log-log da estatística R/S da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007 e gráfico log-log da estatística R/S de uma série simulada.

do parâmetro d . O método *GPH* apresenta um valor estimado de 0.5895, muito perto da escala não estacionária. O valor estimado pela estatística R/S , mostra um $\hat{d} = 0,4318$. O método “L1” da estatística R/S , mais robusto, apresentou um valor $\hat{d} = 0,4492$.

Tabela 6.3 Valores estimados para o parâmetro d da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.

Método	Parâmetro d
GPH	0.5895
R/S	0.4318
R/S (L1)	0.4492
Periodograma	0.6666
Periodograma (L1)	0.4444
Whittle	0.4999

Como complemento a estimação do valor do parâmetro d foram feitas estimações a partir do métodos periodograma e periodograma robusto (L1), similares ao teste *GPH*, e do método de *Whittle*, uma aproximação da função de verossimilhança.

A estimação do parâmetro d pode ser feita por diversos métodos, inclusive alguns baseados na densidade espectral. Assim, pode-se também obter uma estimativa para o parâmetro d a partir da estimação do modelo $ARFIMA(p,d,q)$, que será mostrada a seguir.

6.6 Estimação dos Modelos ARFIMA

A estimação dos parâmetros para o modelo $ARFIMA(p,d,q)$ segue a estrutura da metodologia apresentada por Zivot e Wang (2002), a partir da função $FARIMA$ baseada numa extensão dos modelos $ARFIMA$, do aplicativo *S+FinMetrics*. A Tabela 6.4 apresenta as estimativas para o parâmetro d , a partir de quatro modelos que melhor se ajustaram a série *VaR Pré*, dentre os diversos modelos $ARFIMA$ testados.

Tabela 6.4 *Valores estimados dos modelos ARFIMA, ajustados a série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.*

Modelos ARFIMA	Parâmetro d	p	BIC	verossimilhança	erros estimados
(0,d,0)	1.1175	0.0000	13.164	-6.579	135.776
(1,d,0)	0.2439	0.0010	13.102	-6.547	133.435
(0,d,1)	0.9871	0.0000	13.165	-6.576	135.129
(1,d,1)	0.1489	0.3926	13.159	-6.570	133.676

Os resultados obtidos mostram que, segundo o nível descritivo (p), com exceção do modelo $ARFIMA(1,d,1)$, todos os outros modelos ajustados, apresentaram ser significativos. Entretanto, o modelo $ARFIMA(1,d,0)$ foi o que apresentou o menor erro estimado, a maior verossimilhança e o menor valor que minimiza o critério BIC . Com $\hat{d} = 0.2439$, indicando estacionariedade e presença de longa dependência ou memória longa.

A Figura 6.8 mostra os gráficos das autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos do modelo $ARFIMA(1,d,0)$, apresentando um melhor ajuste a série *VaR Pré*, que os outros modelos. A adequabilidade do modelo é verificada a partir da FAC e $FACP$ dos resíduos do modelo, que se mostram dentro dos limites do intervalo de confiança.

A partir dos resultados apresentados e dos parâmetros estimados $\hat{\phi} = 0.8931$, $\hat{d} = 0.2439$, a série *VaR Pré* poderá ser representada como uma série temporal com longa dependência ou memória longa e parâmetro de diferenciação fracionário, ajustada pelo modelo $ARFIMA(1,d,0)$ e por intermédio de

$$0.8931(B)(1 - B)^{0.2439}Z_t = \alpha_t. \quad (6.1)$$

onde (B) é o operador de defasagem ou retardo e α_t os resíduos do modelo.

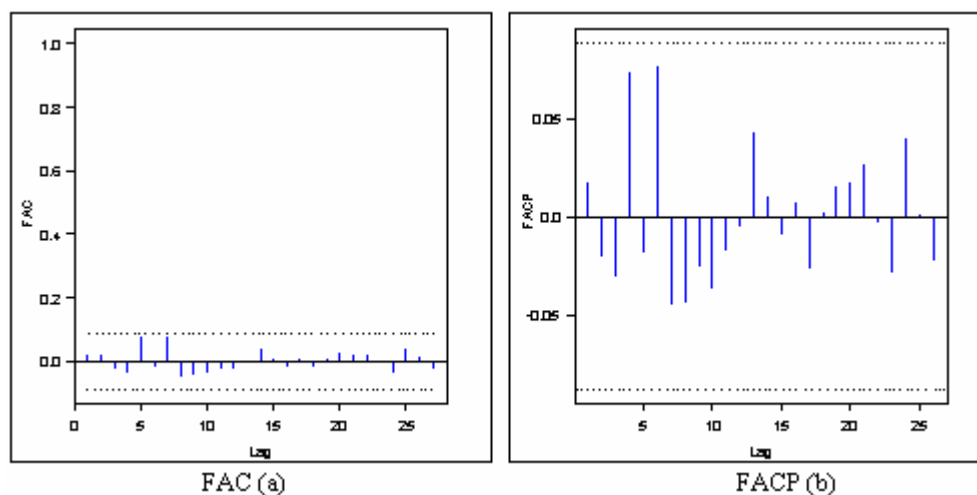


Figura 6.8 *FAC e FACP dos resíduos do modelo ARFIMA(1,d,0) ajustado à série Var Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.*

6.7 Análise de Intervenção

Uma forma de verificação de mudança no nível de uma série temporal, é a partir do gráfico de controle para medidas individuais *MMEP*. A mudança de nível na série indica a ocorrência de intervenção. Portanto, para verificar a existência de alguma mudança no nível da série, constituiu-se o gráfico *MMEP* apresentado na Figura 6.9, com parâmetro $\lambda = 0,25$ e um $L = 3.00$ para a série *VaR Pré*.

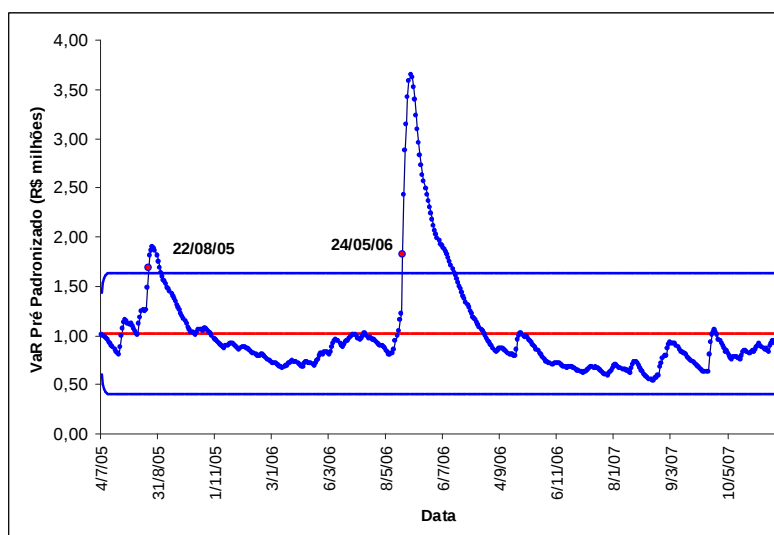


Figura 6.9 *Gráfico da Média Móvel Exponencialmente Ponderada da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.*

Na Figura 6.9 é possível observar dois deslocamentos acima do limite superior do gráfico. O primeiro deslocamento ocorreu em agosto/2005 e o segundo em maio/2006. Indicativo que houve mudança no nível do processo, resultado de possíveis intervenções.

Depois de submetida a série *VaR Pré* a análise do gráfico *MMEP*, que apresentou duas intervenções no período amostral, ajusta-se um modelo para a série sem as possíveis intervenções apresentadas. Neste caso, o ajuste do modelo “pré-intervenção”, é baseado nas *FAC* e *FACP* da série *VaR Pré* na Figura 6.4.

O modelo ajustado foi um $AR(2)$, com parâmetros $\phi_1 = 1,161$ e $\phi_2 = -0,1983$, com erros independentes e aleatoriamente distribuídos, isto é, um ruído branco, conforme as *FAC* e *FACP* dos resíduos do modelo na Figura 6.10.

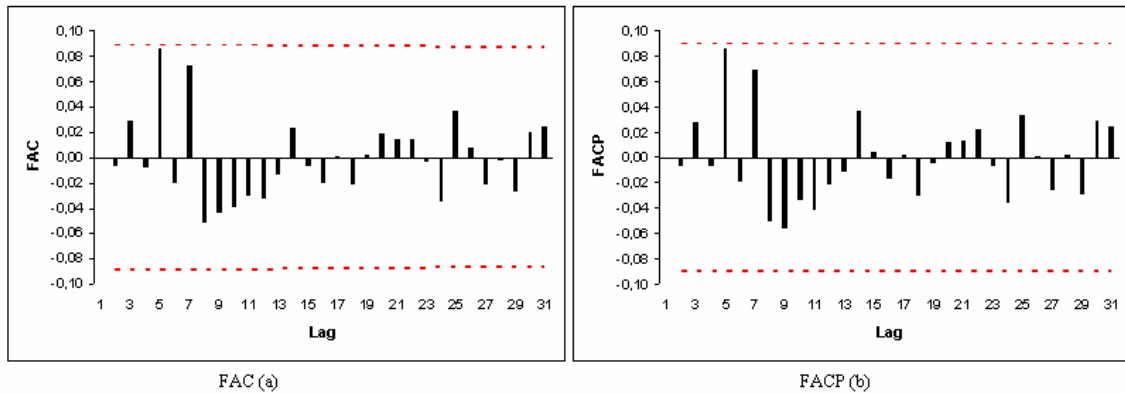


Figura 6.10 *FAC e FACP do modelo ARIMA (2,0,0), ajustado a série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.*

Após o ajuste do modelo preliminar, buscou-se um modelo com as intervenções da série *VaR Pré*, devido aos acréscimos encontrados na série em agosto/2005 e maio/2005, serem considerados possíveis intervenções. Já que esses aumentos não desaparecem com a série diferenciada, conforme se vê na Figura 6.11.

Assim, ajustou-se o modelo $AR(1)$ com 3 intervenções, ω_1 , ω_2 , ω_3 , correspondentes as observações 35 (abrupta temporária), 223 (abrupta) e 224 (abrupta temporária) respectivamente, pois o modelo preliminar $AR(2)$ quando da inclusão das intervenções, apresenta o parâmetro ϕ_2 não significativo, conforme mostra a Tabela 6.5.

A Tabela 6.6 mostra os valores dos parâmetros estimados para o modelo $AR(1)$ com intervenções em agosto/2005 e maio/2006. Observa-se, a partir dessa tabela, que, todos

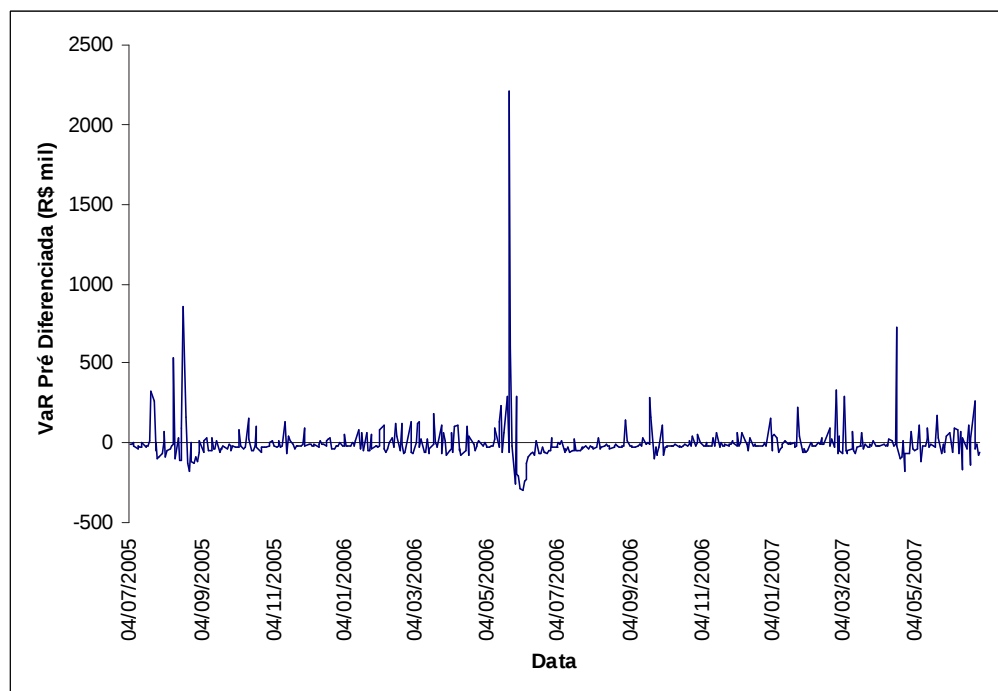


Figura 6.11 *Série VaR Pré diferenciada, no período de julho/2005 a junho/2007.*

Tabela 6.5 *Valores dos parâmetros estimados do modelo AR(2) com intervenção, ajustado a série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.*

Parâmetros	Valor Estimado	Desvio Padrão	Teste t	p
Intercepto	842.930	45.040	18,7153	0,0000
ϕ_1	0,9390	0,0453	20,7476	0,0000
ϕ_2	-0,0310	0,0461	-0,6718	0,5021
ω_1	885.270	77.864	11,3694	0,0000
δ_1	0,9554	0,0183	52,0726	0,0000
ω_2	2.269.581	78.642	28,8597	0,0000
ω_3	2.919.285	109.495	26,6614	0,0000
δ_2	0,9565	0,0054	176,228	0,0000

os parâmetros para a análise de intervenção foram significativos para o modelo $AR(1)$ ao nível de significância de 1%.

O modelo $AR(1)$ com intervenção ajustado a série *VaR Pré*, apresenta resíduos aleatórios e independentes, como se verifica nas *FAC* e *FACP* dos resíduos do modelo na Figura 6.12. Confirmando-se a hipótese, dos eventos ocorridos em agosto/2005 e maio/2005, foram intervenções momentâneas, com o nível da série retornando ao patamar anterior ao período

Tabela 6.6 Valores dos parâmetros estimados do modelo $AR(1)$ com intervenção, ajustado a série *VaR Pré*, no período de julho/2005 a junho/2007.

Parâmetros	Valor Estimado	Desvio Padrão	Teste t	p
Intercepto	845.011	45.828	18,4387	0,0000
ϕ_1	0,9110	0,0204	44,6347	0,0000
ω_1	893.878	77.848	11,4824	0,0000
δ_1	0,9541	0,019	50,1223	0,0000
ω_2	2.264.766	78.302	28,9234	0,0000
ω_3	2.915.331	107.211	27,1924	0,0000
δ_2	0,9562	0,0056	172,1436	0,0000

pós-intervenção, por esta razão este modelo é designado como modelo de alteração transitória de nível.

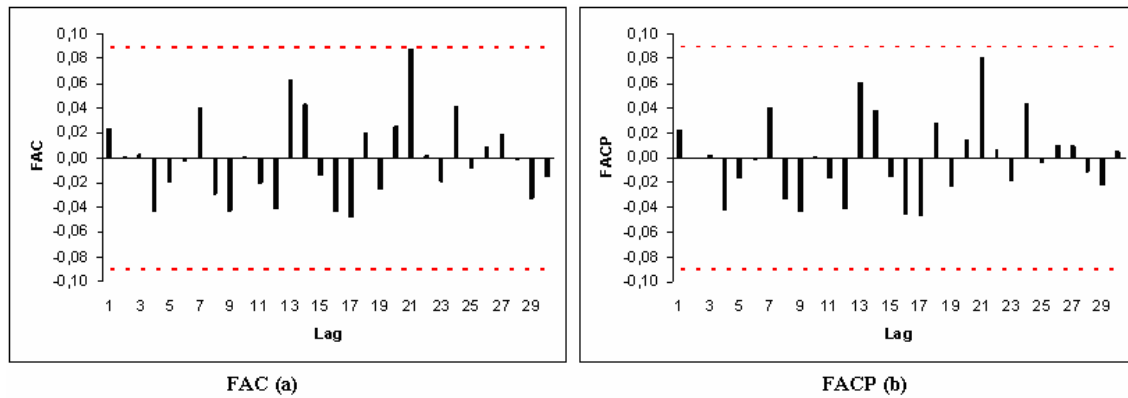


Figura 6.12 *FAC e FACP dos resíduos do modelo de intervenção $AR(1)$, ajustado a série *VaR Pré*, no período de julho/2005 a junho/2007.*

Portanto, o modelo de intervenção com os seus parâmetros estimados podem ser escritos da seguinte forma,

$$Z_t = 845.011 + 0,9110Z_{t-1} + \frac{893.878}{1 - 0,9541B}X_{1,t} + 2.264.766X_{2,t} + \frac{2.915.331}{0,9562}X_{3,t} + a_t. \quad (6.2)$$

onde Z_{t-1} , é a série com uma defasagem; $X_{1,t}$, $X_{2,t}$, $X_{3,t}$, são as respectivas intervenções e a_t os resíduos.

A forma de escolha entre o modelo pré-intervenção e o de intervenção é feito a partir da comparação entre as previsões e os intervalos de confiança estimados, que será mostrado na Seção 6.9.

6.8 Modelagem da Volatilidade

A partir da série *VaR Pré* foram calculados os retornos diários, posto que, se desejava modelar a volatilidade dos retornos. Morettin (2006) escreve que na prática, existem duas razões para se trabalhar com retornos, são livres de escala e possuem propriedades estatísticas mais interessantes como estacionariedade e ergodicidade.

Uma inspeção visual na Figura 6.13, revela que os retornos da série *VaR Pré* exibe sinais de heterocedasticidade e de agrupamento da volatilidade, características de séries financeiras. Com destaque para as informações influentes nos dias 19/08/2005, 24/05/2006 e 19/04/2007.

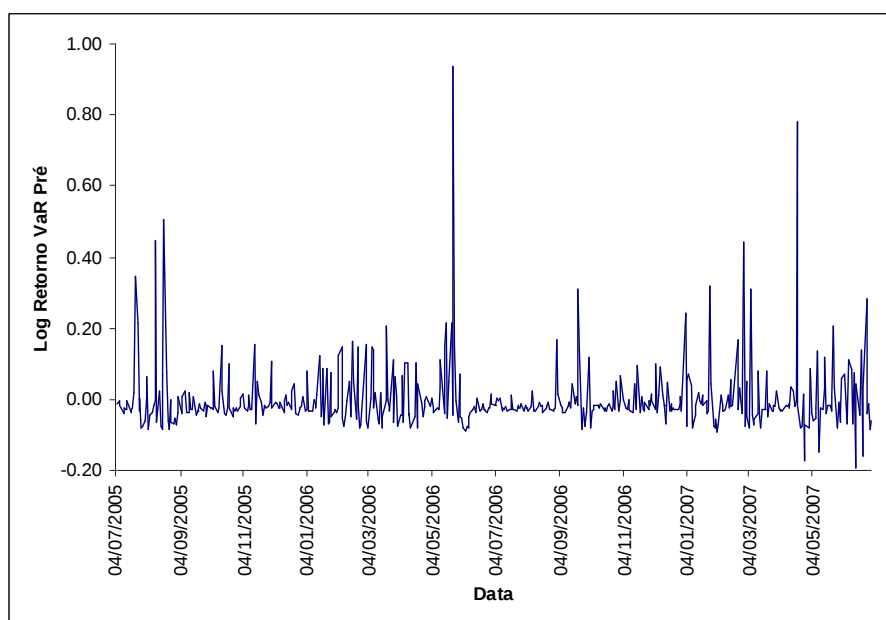


Figura 6.13 Gráfico dos log-retornos da série *VaR Pré*, no período de julho/2005 a junho/2007.

As estatísticas descritivas são reportadas na Tabela 6.7. O coeficiente de curtose amostral evidencia que a série de retornos *VaR Pré* é dita leptocúrtica em relação à distribuição normal, indicando uma concentração da massa de probabilidade dos retornos em torno da média. O excesso de assimetria mostra um desvio à direita o que evidencia um deslocamento da média, indicando a existência de períodos de nervosismo no mercado financeiro. O desvio padrão incondicional dos retornos exibe um valor maior que a média diária dos retornos, elemento indicador de heteroscedasticidade, isto é, houve períodos de grande e rápidas mudanças nas posições dos ativos, no mercado financeiro.

Tabela 6.7 *Estatísticas descritivas dos log-retornos da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.*

Estatísticas	Valor Estimado
Retorno Médio	-0,000227
Assimetria	4,63
Curtose	33,96
Desvio Padrão Incondicional	0,09306

Um primeiro passo na construção do modelo de volatilidade é ajustar modelos *ARIMA* à série de retornos *VaR Pré*, para remover a correlação serial, se esta existir. Para tanto, foram estimadas as *FAC* e *FACP* amostrais, apresentadas na Figura 6.14. Conseqüentemente, os retornos da série *VaR Pré* não apresentam correlação serial. O passo seguinte é verificar se a série *VaR Pré* apresenta o efeito *ARCH*. A função *archTest* do *S+FinMetrics* apresenta um nível descritivo (p) = 0,9987, indicando que a série retorno *VaR Pré* não possui o efeito *ARCH*.

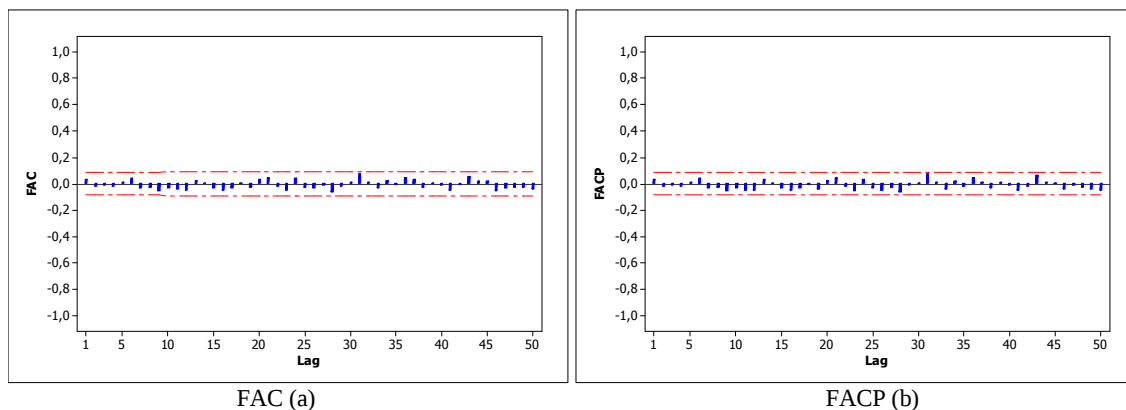


Figura 6.14 *FAC e FACP dos log-retornos da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.*

Neste caso, busca-se então, a partir dos modelos *GARCH*, ajustar à série *VaR Pré*, a um modelo de volatilidade, sempre seguindo as recomendações de Morettin (2006), a utilização de modelos de ordem baixa. Sendo assim, foram simulados diversos modelos de volatilidade com as restrições de não possuir parâmetro autoregressivo e nem ser um puro modelo *ARCH*, para a escolha dos mais robustos.

Na Tabela 6.8 são apresentados os dois modelos de volatilidade mais robustos, ajustados

à série *VaR Pré*. A escolha dos modelos recaiu no critério da parcimônia, isto é, os modelos que apresentaram menos parâmetros foram selecionados.

Tabela 6.8 *Modelos de volatilidade ajustados aos log-retornos da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.*

Modelos	Parâmetro	Valor	p	BIC	AIC	Verossimilhança
GARCH (1,1)	ARCH 0	0,0019	0,0000	-950,24	-962,86	484,43
	ARCH 1	0,1287	0,0000			
	GARCH 1	0,6824	0,0000			
EGARCH (1)	EARCH 0	-4,8193	0,0000	-936,75	-949,38	477,69
	EARCH 1	-0,2610	0,0361			
	θ	-1,1950	0,0004			

Dentre os dois modelos finais desenvolvidos, o modelo que melhor se apresentou foi o *GARCH(1,1)*, ou seja, apresenta menor valor dos critérios *AIC* e *BIC* e o maior valor de verossimilhança. Uma análise na Tabela 6.8, verifica-se que todos os coeficientes dos parâmetros do modelo são significativamente diferentes de zero. Deste modo o modelo *GARCH(1,1)* ajustado a série *VaR Pré* é definido por,

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim F(0, 1), \quad (6.3)$$

onde, $h_t = 0,0019 + 0,1287X_{t-1}^2 + 0,6824h_{t-1}$, é a variância condicional e; X_{t-1}^2 um modelo *ARMA(q,s)*.

Uma estimativa da volatilidade dos retornos diários da série *VaR Pré* a partir do modelo *GARCH(1,1)* é mostrada na Figura 6.15. A análise das estimativas da variância do modelo indica que três maiores picos (em ordem cronológica) na volatilidade estimada, correspondem a:

- agosto de 2005: crise política nacional, com denúncias de corrupção do governo federal. Gerando incertezas no mercado;
- maio de 2006: crise nebulosa, as bolsas mundiais caíram (e as taxas de câmbio dos emergentes se desvalorizaram perante o dólar). O FED não deixava claro qual seria o caminho dos juros;
- abril de 2007: excesso de dólar no mercado interno, a elevada entrada de moeda estrangeira contribuiu para a forte baixa do dólar diante do real.

Entretanto o modelo $EGARCH(1)$ apresenta uma estimativa de volatilidade mais suave do que o modelo $GARCH(1,1)$, um indicativo de que o efeito assimétrico foi incorporado ao modelo $EGARCH(1)$. Fato este corroborado pela ausência do parâmetro auto-regressivo que afeta a estrutura da volatilidade, indicando que o modelo $EGARCH(1)$ conseguiu capturar a volatilidade da série, como se pode ver na Figura 6.15.

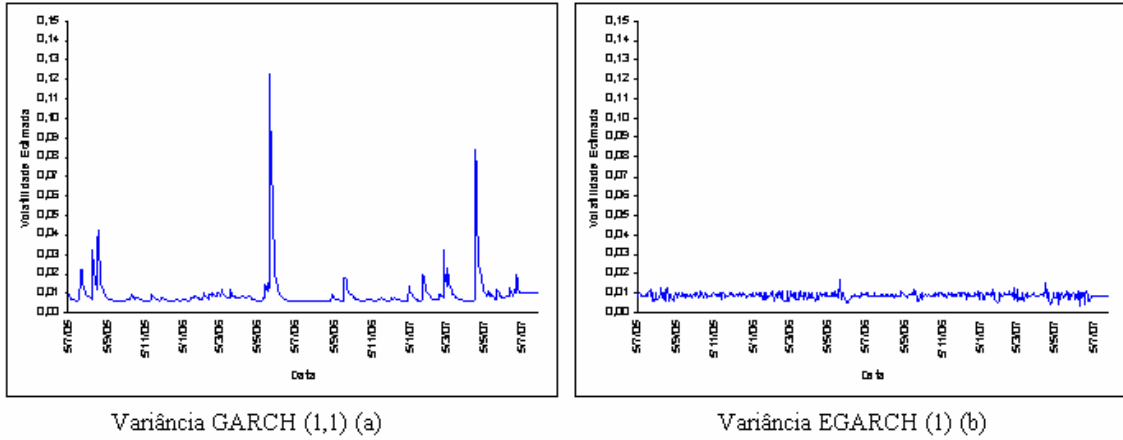


Figura 6.15 Variâncias estimadas dos modelos $GARCH$ e $EGARCH$ ajustados aos log-retornos da série *VaR Pré*, no período de julho/2005 a junho/2007.

Analisando os parâmetros do modelo $EGARCH(1)$ na Tabela 6.8, verifica-se que ao nível de significância de 5%, todos os seus coeficientes são significativamente diferentes de zero. Portanto, defini-se o modelo ajustado à série de retornos *VaR Pré* por,

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, 1), \quad (6.4)$$

onde $\ln(h_t) = -4,8193 - 0,261 g \varepsilon_{t-1}$, é a variância condicional e; $g(\varepsilon_t) = -1,195 \varepsilon_t + 1\{|\varepsilon_t| - E|\varepsilon_t|\}$, a curva de impacto de informação (choque na volatilidade).

Pode-se verificar a ausência de aglomeração de volatilidade, a partir da soma dos $\alpha_1 + \alpha_2 < 0$. Além disso, o coeficiente γ confirma a presença do efeito de assimetria, já que o valor *default* do aplicativo *SAS* é 1. Em relação à persistência, a inexistência do parâmetro β , significa que o tempo necessário para absorver todo o efeito de um choque na volatilidade é relativamente curto.

Nesta situação, a decisão de escolha do modelo é tomada a partir da comparação entre as previsões dos dois modelos, pelo critério de menor erro percentual absoluto médio. As

previsões por intermédio do modelo $GARCH(1,1)$ são dadas por

$$\hat{h}_t(1) = 0,0019 + 0,1287X_t^2 + 0,6824h_t, \quad (6.5)$$

obtidas recursivamente. Deste modo, a previsão 1 passo a frente no tempo $t(h_{t+1})$, com origem no ponto t é definida como,

$$\hat{h}_t(\ell) = 0,0019 + (0,1287 + 0,6824)\hat{h}_t(\ell - 1), \ell > 1. \quad (6.6)$$

E as previsões do modelo $EGARCH(1)$ são obtidas por,

$$\ln(\hat{h}_t) = -4,8193 - 0,261.(-1,195.\varepsilon_{t-1}). \quad (6.7)$$

Enquanto que a equação da volatilidade (variância incondicional) converge para a média, isto é,

$$E(X_t^2) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^q (\alpha_i + \beta_i)}. \quad (6.8)$$

A Figura 6.16 mostra os intervalos de confiança, o nível e a volatilidade dos retornos da série *VaR Pré*, a partir dos modelos $ARCH(1,1)$ e $EGARCH(1)$. Nota-se que os intervalos se mostram idênticos para os dois modelos, deste modo, compara-se as previsões para a variância incondicional com a variância observada (histórica) no período fora da amostra.

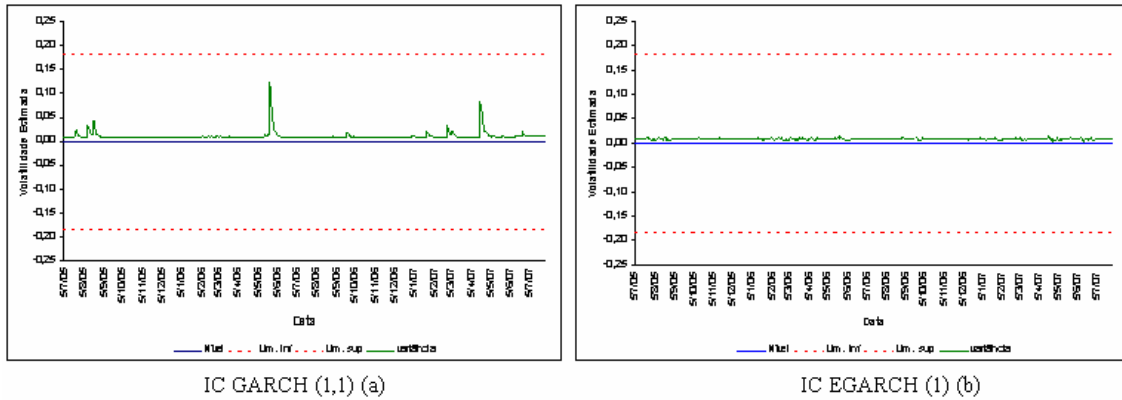


Figura 6.16 *Intervalo de confiança dos modelos $GARCH(1,1)$ e $EGARCH(1)$, ajustados aos log-retornos da série *VaR Pré*, no período de julho/2005 a junho/2007.*

A Figura 6.17 mostra o desempenho dos modelos $GARCH(1,1)$ e $EGARCH(1)$ para as previsões da volatilidade no período fora da amostra. Onde o modelo $EGARCH(1)$ apresenta previsões mais próximas da volatilidade histórica.

Para a escolha do modelo adequado, é mostrado na Tabela 6.9, os erros de previsões

dos modelos $GARCH(1,1)$ e $EGARCH(1)$, fora do período amostral. Tendo o modelo $EGARCH(1)$ apresentado o menor erro absoluto percentual médio, na ordem de 43,03%.

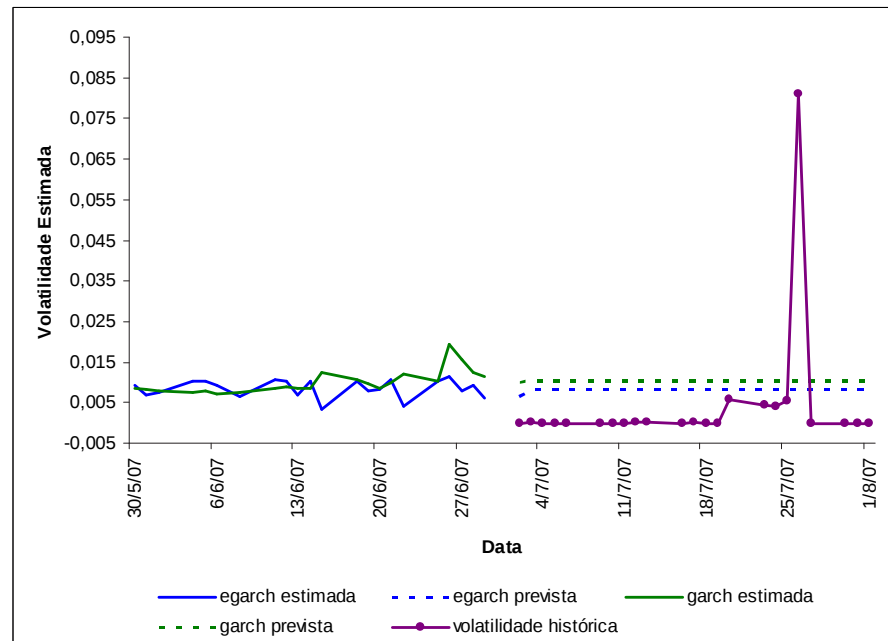


Figura 6.17 Desempenho dos modelo $GARCH(1,1)$ e $EGARCH(1)$ para previsões da volatilidade dos log-retornos da série *VaR Pré*, para períodos fora da amostra.

Assim, com base nos resultados das previsões da volatilidade, a escolha do modelo recai sobre o modelo $EGARCH(1)$, que apresenta as melhores previsões para dados fora da amostra. Podendo assim, a série de retornos *VaR Pré* ser representada pelo modelo $EGARCH(1)$, no que tange o ajuste da volatilidade para os limites dos valores do *VaR Pré*.

Tabela 6.9 Erros de previsões da volatilidade estimada pelos modelos $EGARCH(1)$ e $GARCH(1,1)$ dos log-retornos da série *Var Pré*, para períodos fora da amostra.

Modelo	Erro Absoluto Percentual Médio
$EGARCH(1)$	43,03%
$GARCH(1,1)$	55,04%

Para mais detalhes da escolha do modelos para a volatilidade, a Tabela 1 no Anexo A, mostra um comparativo das previsões da volatilidade da série *VaR Pré*, entre os modelos $EGARCH(1)$ e $GARCH(1,1)$, com a volatilidade histórica, em um período fora da amostra, pós-amostral.

6.9 Comparativo e Escolha dos Modelos

Nesta seção será mostrado um comparativo dos resultados apresentados por cada modelo, com base em uma medida de acurácia, e nos valores de previsão; e a escolha do melhor modelo para representar a série *VaR Pré*. A seleção deverá ser a partir da comparação dos valores estimados $\hat{Z}_t$ com os valores observados da série Z_t , e dos valores preditos de Z_t com os valores observados de Z_t fora da amostra, capacitando a acurácia ou capacidade de previsão. Neste caso, a comparação é feita a partir das previsões e dos valores fora do período amostral. A medida de acurácia utilizada neste situação, o erro absoluto percentual médio (*MAPE*) utiliza os resíduos dos modelos em seus cálculos.

Tabela 6.10 *Erros de previsões dos modelos AR(1) com intervenção, ARFIMA(1,d,0) e AR(2) sem intervenção, ajustados à série VaR Pré, para períodos fora da amostra.*

Modelo	Erro Absoluto Percentual Médio
AR(1) com Intervenção	10,49%
ARFIMA(1,d,0)	10,70%
AR(2) sem Intervenção	12,15%

A Tabela 6.10 indica que o modelo *AR(1)* com intervenção exibe melhores resultados para as previsões fora da amostra, por conter o menor erro de previsão, apesar do modelo de longa dependência *ARFIMA(1,d,0)* mostrar resultados muito próximos aos do modelo de intervenção. Sendo assim, a escolha do melhor modelo para representar a série *VaR Pré*, recai sobre o modelo *AR(1)* com intervenção, que apresenta as melhores previsões para períodos fora da amostra.

Podendo a série *VaR Pré* ser representada pelo modelo *AR(1)* com intervenção, no que tange aos valores máximos e mínimos. As Figuras 3 e 4 no Anexo A, mostram em detalhes os gráficos dos resíduos dos modelos ajustados, os valores estimados e as previsões do modelo *AR(1)* com intervenção.

6.10 Estimação dos Máximos e Mínimos e Limites do VaR Pré

Para a delimitação dos limites do *VaR Pré*, foi necessário a construção de intervalos de confiança para o valor máximo e para o mínimo, sendo os mesmos estimados por intermédio do modelo *AR(1)* com intervenção.

A Tabela 6.11 mostra os intervalos de confiança para os valores máximo e mínimo,

Tabela 6.11 *Intervalos de confiança para os valores mínimo e máximo da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.*

Valor	Média	IC Inferior	IC Superior
Mínimo	546.779	455.523	656.316
Máximo	4.241.854	3.533.903	5.091.630

sendo estabelecidos a partir da volatilidade dos retornos da série *VaR Pré*, estimados pelo modelo *EGARCH*(1). Onde o desvio padrão utilizado é a raiz da volatilidade média no período, para um intervalo de confiança de 95%, com $\mu = 0$ e $\sigma = 0,00867916$.

Tabela 6.12 *Limites inferior e superior estimados para o VaR Pré, a partir da série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.*

DP	IC Retorno	Exponencial IC	Limite Inferior	Limite Superior
0,093162	0,182598	1,200331	455.523	5.091.630

A Tabela 6.12 mostra o desvio padrão e o intervalo de confiança para os retornos, o exponencial do intervalo de confiança dos retornos e os limites inferior e superior do *VaR Pré*. Para a delimitação dos limites do *VaR Pré*, considera-se o valor do *IC* inferior do mínimo e o valor do *IC* superior do máximo. Com base nos limites estabelecidos, diversos cenários de *stress* podem ser simulados, adotando os valores referenciais de R\$ 5.091.630,00 para o limite superior e de R\$ 455.523,00 para o limite inferior. A Tabela 3 no Anexo A, mostra uma simulação de cenários de *stress*, com a utilização de valores maiores que o limite superior e menores que o limite inferior, estabelecidos a partir da modelagem da série *VaR Pré*.

Este capítulo mostrou detalhes do comportamento da série *VaR Pré* e sua modelagem a partir dos modelos de longa dependência, de intervenção e de volatilidade. Sendo apresentado um comparativo entre os modelos ajustados, indicando como os melhores modelos para previsão da série *VaR Pré*, os modelos: *AR*(1) com intervenção e *EGARCH*(1). Finalizando com a estimação dos valores máximo e mínimos, e a apresentação dos limites superior e inferior da série *VaR Pré*.

7. Considerações Finais

7.1 Conclusões

Este trabalho teve como objetivo o estabelecimento de limites confiáveis para o máximo e mínimo e para a volatilidade (variância condicional) da série de *valores em risco das operações financeiras pré-fixadas*, o chamado *VaR Pré*, do Banco da Amazônia, a partir da estimação e predição dos seus valores. Sendo essas predições feitas por intermédio dos modelos de longa dependência, de intervenção e de volatilidade, com o intuito de se obter informações úteis e estratégicas do risco de mercado. De modo a apresentar subsídios ao planejamento das metas de rentabilidade e o potencial de perdas financeiras da instituição Banco da Amazônia, medido pelos limites do *VaR Pré*.

Inicialmente, a análise comportamental da série *VaR Pré* mostrou uma não normalidade nos dados, apresentando, porém, um ajuste satisfatório à distribuição Log-Normal. As funções de autocorrelação e autocorrelação parcial mostram que a série *VaR Pré* possui características de longa dependência, diagnóstico confirmado pelos resultados da análise espectral. Os testes aplicados a série *VaR Pré* para a verificação de longa dependência, mostraram que para um nível de significância de 1%, a série apresenta propriedade de longa dependência. Na estimação do parâmetro d , a partir dos diversos métodos apresentados, entre os quais o teste *GPH* (referência para o valor estimado do parâmetro d), os valores estimados ficaram muito próximos da escala não estacionária. Entretanto, o modelo *ARFIMA*(1,d,0), que apresentou melhor ajuste entre todos os outros modelos de longa dependência, indicou a existência de estacionariedade na série *VaR Pré*.

Num segundo momento, na análise de intervenção, os resultados do gráfico *MMEP* mostraram dois deslocamentos acima do limite superior do gráfico para a série *VaR Pré*. Porém, o melhor modelo ajustado, o modelo *AR*(1), apresentou três intervenções momentâneas, consequências de alterações transitórias no nível da série.

Em relação aos modelos de volatilidade, os resultados ficaram restritos somente a dois

modelos, $GARCH(1,1)$ e $EGARCH(1)$. Nesses dois modelos a hipótese de homocedasticidade foi rejeitada e, de modo particular, três picos na estimativa da volatilidade são localizados: (1) agosto de 2005 - crise política nacional, gerando incertezas no mercado; (2) maio de 2006 - crise nebulosa e (3) abril de 2007 - o excesso de moeda estrangeira no mercado interno, contribuindo para a forte baixa do dólar diante do real.

A escolha dos melhores modelos ajustados à série *VaR Pré*, recaiu sobre os modelos $AR(1)$ com intervenção, para a estimação e previsão dos valores máximo e mínimo e, $EGARCH(1)$, para a modelagem da volatilidade. Finalizando, com a apresentação dos valores máximo e mínimo estimados da série *VaR Pré*, e dos limites superior e inferior para o *VaR Pré*, a partir da volatilidade estimada dos retornos da série.

Os resultados do estudo, mostram que, em determinados momentos do período amostral, a série *VaR Pré* apresentou uma certa instabilidade, influenciada pela volatilidade do mercado financeiro em momentos de crises, gerando com isso, dificuldades no apreenhimento dos ativos em carteira e na imposição dos limites do *VaR Pré* para cenários diversos.

7.2 Recomendações

Recomenda-se para trabalhos futuros:

- Verificar por intermédio dos modelos lineares dinâmicos, os chamados modelos estruturais, se a longa dependência apresentada pela série *VaR Pré*, não seja mera consequência das intervenções apresentadas pela mesma;
- Investigar a existência da propriedade de longa dependência ou memória longa na volatilidade dos retornos da série *VaR Pré*, a partir dos modelos *FIGARCH*;
- Estabelecer os limites máximo e mínimo da série *VaR Pré* fazendo uso dos outros dois modelos ajustados, o modelo de Longa Dependência e o modelo $GARCH(1,1)$, como comparativo e aplicação em cenários de *stress*;
- Buscar alternativas de modelagem para a série *VaR Pré*, utilizando o modelo multivariado *Vectorial Auto Regressive*, levando em consideração as séries temporais dos parâmetros (multiplicador, ρ , volatilidade e k) informados pelo Banco Central;
- Estudar o comportamento da série *VaR Pré*, por meio do modelo *Markovian Switch Models*, uma classe de modelos não lineares, indicados para séries financeiras.

Referências

- ANDENSTEDT, R. K. On large sample estimation for the mean of a stationary random sequence. **Annals of Statistics**, v. 2, p. 259-272, 1974.
- BAILLIE, R. Long memory process and fractional integration in econometrics. **Journal of Econometrics**, v. 73, p. 5-59, 1996.
- BAILLIE, R.; BOLLERSLEV, T.; MIKKELSEN, H. O. Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, **Journal of Econometrics**, v. 74, p. 3-30, 1996.
- BANK FOR INTERNATIONAL SETTLEMENTS (BIS). **An internal model-based approach to market risk capital requirements**, 1995. Disponível em:
< <http://www.bis.org> >.
- BERAN, Jan. **Statistic for long-memory processes**. New York: Chapman e Hall, 1994.
- BHATTACHARYYA, M. N., LAYTON, A. P. Effectiveness of seat belt legislation on the queensland road toll: an Australian case study in intervention analysis. **Journal of the American Statistical Association**, Alexandria, v. 74, n. 367, p. 596-603, 1979.
- BIANCHI, Camilo. **Uma análise da economia brasileira: o Risco- Brasil**. 2004. 80 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31. p. 307-327, 1986.
- BOX, G. P.; JENKINS, G. M. **Time series analysis and control**. San Francisco: Holden-Day, 1976.
- BOX, G. P.; TIAO, G. C. A change in level of non stationary time series. **Biometrika**, London, v. 52, n. 1/2, p. 181-192, 1965.
- . Comparison of forecast and actuality. **Applied Statistics**, v. 25, p. 195-200, 1976.
- CAMPBELL, D. T. From description to experimentation: interpreting trends as quasi-experiments. In: HARRIS, C. W. (Ed.). **Problems or measuring change**: proceedings. Madison: University of Wisconsin, 1963. 259 p.

-
- CAMPBELL, D. T.; STANLEY, J. C. **Experimental and Quasi-Experimental Design for Research**. Dallas: H. Mifflin, 1966. 84 p.
- DÍAZ, Mário E. P. **Estimação de modelos ARFIMA em presença de quebra estrutural**. 2006. 86 f. Dissertação (Mestrado em Estatística) - Departamento de Estatística, UFMG, Belo Horizonte, 2006.
- EHLERS, R. S. **Análise de séries temporais**, Curitiba: UFPR, Depto. de Estatística, 2007.
- ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. **Econometrica**, v. 50, p. 987-1007, 1982.
- FOX, R.; TAQQU, M. S. Large-sample properties of parameters estimates for strongly dependent stationary gaussian time series. **The Annals of Statistics**, v. 14, p. 517-532, 1986.
- GEWEKE, J.; PORTER-HUDAK, S. The estimation and application of long memory time series model. **Journal of Time series Analysis**, v. 4, n. 4, p. 221-238, 1983.
- GLASS, G. V. Estimating the effects of intervention into a non-stationary time series. **American Educational Research Journal**, Washington. v. 9, n. 3, p. 463-477, 1972.
- GRANGER, C. W. J. An Introduction to long-memory time series model and fractional differencing. **Journal of Time Series Analysis**, v. 1, p. 15-30, 1980.
- HOSKING, J. R. Fractional differencing. **Biometrika**, v. 68, n. 1, p. 165-176, 1981.
- HURST, H. E. Long-term storage capacity of reservoirs. **Transactions of the American Society of Civil Engineers**, v. 16 p. 770-799, 1951.
- JORION, Philippe. **Value at Risk**: a nova fonte de referência para a gestão de risco financeiro. São Paulo: Bolsa de Mercadoria e Futuros, 2003.
- LO, A. Long term memory in stock market prices. **Econometrica**, v. 59, n. 5, p. 1279-1313, 1991.
- LOBATO, L.; ROBINSON, P. M. Averaged periodogram estimation of long memory. **Journal of Econometrics**, v. 73, p. 303-324, 1996.
- MAKRIDAKIS, S. ; HIBON, M. Accuracy of Forecasting an Empirical Investigation. **Journal of The Royal Statistics Society, Series A**, n. 142, p. 97-145, 1979.
- MANDELBROT, B. B.; WALLIS, J. R. Computer experiments with fractional Gaussian noises. Part one, averages and variances. **Water Resources Research**, v. 5, n. 1, p. 228-241, 1969.
- MARGARIDO, Mario A. **Transmissão de preços agrícolas internacionais sobre preços agrícolas domésticos: o caso do Brasil**. 2000. 173 f. Tese (Doutorado em Economia) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2000.
-

-
- MIGON, H. S.; BRASIL, G. H. **Previsão da inflação e produção industrial pós-choque via análise de intervenção**. São Paulo: IPEA, 1986.
- MOLINARES, Fábio. A. F. **Estimação robusta em processos de memória longa na presença de outliers aditivos**. 2007. 55 f. Dissertação (Mestrado em Estatística) - Departamento de Estatística, UFPE, Recife, 2007.
- MONTGOMERY, Douglas C. **Introdução ao controle estatístico da qualidade**. Rio de Janeiro: LTC, 2004.
- MORETTIN, Pedro A. Econometria financeira. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA, 17., 2006, Caxambu - MG. **Econometria financeira: um curso em séries temporais financeiras**. São Paulo: ABE, 2006 .
- MORETTIN, Pedro A.; TOLOI, Clélia. M. C. **Análise de séries temporais**. São Paulo: Edgard Blücher, 2004.
- NELSON, D. B. Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. **Econometrica**, v. 2, p. 347-370, 1991.
- NELSON, H. L. **The use the Box-Cox transformations in economic time series analysis: an empirical study**. Dissertation (Doctoral) - Univ. of California, San Diego, 1976.
- NICOLAU, João Carlos. H. C. **Modelos arch**. Porto: Associação da Bolsa de Derivados do Porto, 1999.
- PEREIRA, B. B. ; PAIS, M. B. Z.; SALES, P. R. de Holanda. **Análise espectral de séries temporais: uma introdução para Engenharia, Economia e Estatística**. Rio de Janeiro: Arte Final Leasing Editorial-Eletronbras, 1986.
- PINO, F. A.; MORETTIN, P. A. **Intervention analysis applied to Brazilian milk and coffee time series**. São Paulo, USP, IME, 1981.
- QUEIROZ, Joaquim C. B. **Análise de séries temporais**: Belém, UFPA, 2006. Notas de aulas.
- REISEN, Valdério A. **ARFIMA: o modelo ARIMA para o "d" fracionario**. In: ESCOLA DE SÉRIES TEMPORAIS E ECONOMETRIA, 6., 1995, Vitória. **ARFIMA: o modelo ARIMA para o "d" fracionário**. Vitória: UFES, DEST, 1995.
- REISEN, Valdério A. Estimation of the fractional difference parameter in the ARIMA(p,d,q) model using the smoothed periodogram. **Journal of Time Series Analysis**, v. 15, n. 3, p. 335-350, 1994.
- ROBERT, S. W. Control chart tests based on geometric moving averages. **Technometrics**, v. 1, p. 239-250, 1959.
-

- ROBINSON, P. M. Semiparametric analysis of long-memory time series. **The Annals of Statistics**, v. 22, n. 1, p. 515-539, 1994.
- SABOIA, J. L. M. Mortalidade infantil e salário mínimo: uma análise de intervenção para o município de São Paulo. **Revista de Administração de Empresas**, Rio de Janeiro, v. 16, n. 3, p. 47-50, maio/jun. 1976.
- TAQQU, M. S. Weak convergence to fractional brownian motion and to the Rosenblatt process. **Probability Theory and Related Fields**, v. 31, p. 287-302, 1975.
- TAYLOR, S. **Modelling financial time series**. Chichester, UK: John Wiley, 1986.
- TIAO, G. C.; BOX, G. P., HAMMING, W. J. Analysis of Los Angeles photochemical smog data: a statistical overview. **Journal of the Air Pollution Control Association**, v. 25, n. 3, p. 260-268, mar. 1975.
- VELASCO, C. Non-gaussian log-periodogram regression. **Econometric Theory**, v. 16, p. 44-79, 2000.
- WHITTLE, P. Gaussian estimation in stationary time series. **Bulletin of the International Statistical Institute**, v. 39, p. 105-129, 1962.
- ZIVOT, Eric; WANG, Jiahui. **Modelling financial time series with S-PLUS**, 2002. Disponível em: < <http://faculty.washington.edu/ezivot/modelingFinancialTimeSeries.htm> >.
-

ANEXO A

Tabela 1 *Comparativo entre as previsões da volatilidade estimadas pelos modelos GARCH e EGARCH, ajustados aos log-retornos da série VaR Pré, e a volatilidade histórica para períodos fora da amostra.*

volatil. egarch	volatil. garch	volatil. histórica	erro egarch	erro garch
0,006347000	0,010150000	0,000002249	0,999645619	0,999778398
0,008073000	0,010160000	0,000253297	0,968624155	0,975069174
0,008073000	0,010180000	0,000036332	0,995499576	0,996431049
0,008073000	0,010190000	0,000005200	0,999355839	0,999489665
0,008073000	0,010200000	0,000001763	0,999781571	0,99982712
0,008073000	0,010200000	0,000002989	0,999629707	0,999706924
0,008073000	0,010210000	0,000007437	0,999078733	0,999271559
0,008073000	0,010210000	0,000048492	0,993993271	0,995250507
0,008073000	0,010220000	0,000082373	0,989796466	0,991940006
0,008073000	0,010220000	0,000107463	0,98668864	0,989485068
0,008073000	0,010220000	0,000008213	0,998982639	0,999196364
0,008073000	0,010230000	0,000172521	0,978629881	0,98313578
0,008073000	0,010230000	0,000002997	0,999628756	0,999707033
0,008073000	0,010230000	0,000000511	0,999936736	0,999950076
0,008073000	0,010230000	0,005742907	0,288627908	0,438621026
0,008073000	0,010230000	0,004308178	0,46634727	0,578868183
0,008073000	0,010230000	0,004094885	0,492767824	0,599717951
0,008073000	0,010230000	0,005334309	0,339240797	0,478562166
0,008073000	0,010230000	0,080963137	-9,028878611	-6,914285144
0,008073000	0,010230000	0,000007328	0,999092322	0,999283707
0,008073000	0,010230000	0,000000173	0,999978527	0,999983055
0,008073000	0,010230000	0,000006431	0,999203378	0,999371346
Total			43,03%	55,04%

Tabela 2 *Comparativo entre as previsões dos modelos ARFIMA (1,d,0), AR(1) com intervenção e AR(2) sem intervenção, ajustados à série VaR Pré, para períodos fora da amostra.*

Observado	ARFIMA	AR(1)	AR(2)	Erro ARFIMA	Erro AR(1)	Erro AR(2)
974.979	862.415	870.898	867.078	0,12	0,11	0,11
833.555	858.766	868.593	870.552	0,03	0,04	0,04
920.187	858.251	866.494	875.844	0,07	0,06	0,05
862.695	859.354	864.581	881.300	0,00	0,00	0,02
905.950	861.354	862.839	886.584	0,05	0,05	0,02
863.251	863.901	861.252	891.637	0,00	0,00	0,03
855.452	866.722	859.806	896.456	0,01	0,01	0,05
837.687	869.757	858.489	901.048	0,04	0,02	0,08
830.199	872.837	857.289	905.425	0,05	0,03	0,09
837.421	875.868	856.196	909.595	0,05	0,02	0,09
940.068	879.037	855.200	913.569	0,06	0,09	0,03
807.638	882.111	854.293	917.356	0,09	0,06	0,14
888.956	885.113	853.467	920.964	0,00	0,04	0,04
820.074	887.865	852.714	924.402	0,08	0,04	0,13
804.152	891.149	852.028	927.678	0,11	0,06	0,15
890.720	894.238	851.404	930.800	0,00	0,04	0,04
802.747	897.295	850.835	933.775	0,12	0,06	0,16
780.439	900.141	850.316	936.610	0,15	0,09	0,20
1.420.138	902.623	849.844	939.311	0,36	0,40	0,34
1.422.795	905.519	849.414	941.885	0,36	0,40	0,34
1.335.289	908.279	849.022	944.338	0,32	0,36	0,29
1.236.237	910.788	848.665	946.675	0,26	0,31	0,23
Total				10,70%	10,49%	12,15%

Tabela 3 *Simulação de cenários de Stress com a utilização dos limites do VaR Pré.*

Índice	Cenário Pessimista	Cenário Otimista
Ibovespa	67.521	78.645
C-Bond	139	136
Dólar	1,83	1,56
Taxa Pré 360	10,6	11,5
Taxa Cupom 360	16,8	5,8
Nasdaq	2.606	2.715
Dow Jones	13.263	13.369
Índice de Risco	-4,01	3,78
VaR Pré	5.120.395	428.238

Figura 1 *Quadro dos log-retornos da série VaR Pré (1ª parte).*

Data	retorno	Data	retorno	Data	retorno	Data	retorno	Data	retorno
04/07/05	-	13/09/05	0,01914	25/11/05	-0,02601	06/02/06	0,14687	20/04/06	0,04149
05/07/05	-0,01209	14/09/05	-0,02865	28/11/05	-0,01864	07/02/06	-0,05239	24/04/06	-0,00993
06/07/05	-0,00731	15/09/05	-0,02811	29/11/05	-0,00853	08/02/06	-0,07686	25/04/06	-0,04705
07/07/05	-0,00278	16/09/05	0,00742	30/11/05	0,10656	09/02/06	-0,04805	26/04/06	-0,02102
08/07/05	-0,01846	19/09/05	-0,04258	01/12/05	-0,02279	10/02/06	-0,00403	27/04/06	-0,00608
11/07/05	-0,04213	20/09/05	-0,03233	05/12/05	-0,01014	13/02/06	0,04959	28/04/06	0,00856
12/07/05	-0,02463	21/09/05	-0,03187	06/12/05	-0,01214	14/02/06	-0,04697	02/05/06	-0,02249
13/07/05	-0,02866	22/09/05	-0,01183	07/12/05	-0,02423	15/02/06	-0,03129	03/05/06	0,00364
14/07/05	-0,02886	23/09/05	-0,02384	08/12/05	-0,02426	16/02/06	0,16177	04/05/06	-0,02606
15/07/05	-0,00362	26/09/05	-0,03447	09/12/05	-0,00856	17/02/06	0,05038	05/05/06	-0,03517
18/07/05	-0,03512	27/09/05	-0,01050	12/12/05	-0,03702	20/02/06	-0,05460	08/05/06	-0,02967
19/07/05	-0,02888	28/09/05	-0,01549	13/12/05	-0,00625	21/02/06	0,14650	09/05/06	-0,02385
20/07/05	-0,02401	29/09/05	-0,04656	14/12/05	0,01045	22/02/06	-0,01242	10/05/06	-0,03046
21/07/05	0,01876	30/09/05	-0,01584	15/12/05	-0,01570	23/02/06	-0,08046	11/05/06	0,03291
22/07/05	0,34706	03/10/05	-0,02377	16/12/05	-0,00885	24/02/06	-0,07171	12/05/06	0,11043
25/07/05	0,21582	04/10/05	-0,02423	19/12/05	-0,02978	01/03/06	0,15482	15/05/06	-0,03855
26/07/05	-0,03306	05/10/05	-0,02798	20/12/05	0,02138	02/03/06	-0,06242	16/05/06	0,14785
27/07/05	0,00270	06/10/05	0,07889	21/12/05	0,03190	03/03/06	-0,07895	17/05/06	0,21567
28/07/05	-0,07918	07/10/05	-0,02193	22/12/05	0,04435	06/03/06	0,00269	18/05/06	-0,05090
29/07/05	-0,07597	10/10/05	-0,03810	23/12/05	-0,04153	07/03/06	0,14547	19/05/06	0,05154
01/08/05	-0,05914	11/10/05	-0,02515	26/12/05	-0,04375	08/03/06	0,14045	22/05/06	0,21595
02/08/05	0,00700	13/10/05	0,14990	27/12/05	-0,02721	09/03/06	-0,02644	23/05/06	-0,04348
03/08/05	0,06465	14/10/05	0,02151	28/12/05	-0,02506	10/03/06	0,02021	24/05/06	0,93463
04/08/05	-0,08563	17/10/05	-0,04058	29/12/05	-0,02084	13/03/06	-0,05449	25/05/06	0,15261
05/08/05	-0,04515	18/10/05	-0,04535	30/12/05	0,00900	14/03/06	-0,06701	26/05/06	-0,00546
08/08/05	-0,03540	19/10/05	-0,02274	02/01/06	-0,03275	15/03/06	0,02031	29/05/06	-0,06337
09/08/05	-0,01677	20/10/05	0,09982	03/01/06	-0,02776	16/03/06	-0,08029	30/05/06	0,07154
10/08/05	-0,00378	21/10/05	-0,02604	04/01/06	0,08068	17/03/06	-0,04987	31/05/06	-0,04891
11/08/05	0,44771	24/10/05	-0,05033	05/01/06	-0,03163	20/03/06	-0,00449	01/06/06	-0,05340
12/08/05	-0,06637	25/10/05	-0,02367	06/01/06	-0,03073	21/03/06	0,20524	02/06/06	-0,07859
15/08/05	0,02334	26/10/05	-0,03177	09/01/06	-0,03102	22/03/06	0,00119	05/06/06	-0,08921
16/08/05	-0,07754	27/10/05	-0,02622	10/01/06	0,00019	23/03/06	-0,02261	06/06/06	-0,07712
17/08/05	-0,08360	28/10/05	-0,03122	11/01/06	-0,01395	24/03/06	-0,03336	07/06/06	-0,08088
18/08/05	0,07174	31/10/05	-0,02123	12/01/06	-0,02627	27/03/06	0,10904	08/06/06	-0,04911
19/08/05	0,50552	01/11/05	0,00220	13/01/06	0,01176	28/03/06	-0,06635	09/06/06	-0,03466
22/08/05	0,07469	03/11/05	0,01687	16/01/06	0,12431	29/03/06	0,06287	12/06/06	-0,02713
23/08/05	-0,05856	04/11/05	-0,02452	17/01/06	-0,04751	30/03/06	0,01195	13/06/06	-0,02244
24/08/05	-0,08417	07/11/05	-0,03439	18/01/06	0,01481	31/03/06	-0,07797	14/06/06	-0,03459
25/08/05	0,00021	08/11/05	-0,01595	19/01/06	0,08741	03/04/06	-0,04618	16/06/06	0,00358
26/08/05	-0,06262	09/11/05	0,01218	20/01/06	-0,07063	04/04/06	-0,04554	19/06/06	-0,03125
29/08/05	-0,07020	10/11/05	-0,03039	23/01/06	0,08789	05/04/06	0,06742	20/06/06	-0,02940
30/08/05	-0,05190	11/11/05	-0,02664	24/01/06	-0,06877	06/04/06	-0,06394	21/06/06	-0,01365
31/08/05	-0,07244	14/11/05	0,15409	25/01/06	-0,06595	07/04/06	0,10433	22/06/06	-0,02853
01/09/05	-0,03545	16/11/05	-0,06992	26/01/06	0,07698	10/04/06	0,10292	23/06/06	-0,02875
02/09/05	0,00928	17/11/05	0,05089	27/01/06	-0,04933	11/04/06	-0,04309	26/06/06	-0,03613
05/09/05	-0,04155	18/11/05	0,01156	30/01/06	-0,03200	12/04/06	-0,04129	27/06/06	-0,02625
06/09/05	0,00562	21/11/05	-0,00758	31/01/06	-0,03012	13/04/06	-0,08115	28/06/06	-0,02424
08/09/05	0,02353	22/11/05	-0,04326	01/02/06	-0,03592	17/04/06	-0,04792	29/06/06	0,01703
09/09/05	-0,03470	23/11/05	-0,02224	02/02/06	-0,02319	18/04/06	0,10280	30/06/06	-0,01313
12/09/05	-0,03717	24/11/05	-0,01783	03/02/06	0,12255	19/04/06	-0,07996	03/07/06	-0,01518

Figura 2 *Quadro dos log-retornos da série VaR Pré (2ª parte).*

Data	retorno	Data	retorno	Data	retorno	Data	retorno	Data	retorno
04/07/06	-0,01684	13/09/06	-0,00971	27/11/06	-0,03002	07/02/07	-0,03331	23/04/07	-0,07981
05/07/06	0,00185	14/09/06	-0,02436	28/11/06	-0,00638	08/02/07	-0,03164	24/04/07	-0,07803
06/07/06	-0,00502	15/09/06	0,04410	29/11/06	-0,01575	09/02/07	-0,02865	25/04/07	0,01423
07/07/06	0,00400	18/09/06	-0,01381	30/11/06	0,01506	12/02/07	0,01260	26/04/07	-0,17246
10/07/06	-0,03401	19/09/06	0,00772	01/12/06	-0,00321	13/02/07	-0,02371	27/04/07	-0,07310
11/07/06	-0,02467	20/09/06	-0,01625	04/12/06	-0,02735	14/02/07	0,05600	30/04/07	-0,07946
12/07/06	-0,02921	21/09/06	0,30913	05/12/06	0,09972	15/02/07	-0,02072	02/05/07	0,08677
13/07/06	-0,01992	22/09/06	0,13887	06/12/06	-0,03549	16/02/07	-0,01855	03/05/07	-0,04161
14/07/06	-0,03361	25/09/06	-0,08452	07/12/06	0,00988	21/02/07	0,16590	04/05/07	-0,06227
17/07/06	-0,02868	26/09/06	-0,02625	08/12/06	0,08968	22/02/07	-0,02874	07/05/07	-0,05062
18/07/06	-0,02947	27/09/06	-0,07820	11/12/06	0,00985	23/02/07	0,03171	08/05/07	-0,02637
19/07/06	0,01241	28/09/06	-0,07325	12/12/06	-0,01652	26/02/07	-0,03919	09/05/07	0,13442
20/07/06	-0,02979	29/09/06	-0,03522	13/12/06	-0,01647	27/02/07	0,44265	10/05/07	-0,14758
21/07/06	-0,02999	02/10/06	0,11785	14/12/06	-0,06720	28/02/07	-0,07753	11/05/07	-0,02351
24/07/06	-0,03186	03/10/06	-0,07966	15/12/06	0,04895	01/03/07	0,05081	14/05/07	-0,02815
25/07/06	-0,01855	04/10/06	-0,03075	18/12/06	-0,03156	02/03/07	-0,04956	15/05/07	0,03073
26/07/06	-0,02491	05/10/06	-0,02899	19/12/06	-0,01395	05/03/07	-0,07897	16/05/07	0,12032
27/07/06	-0,02447	06/10/06	-0,01766	20/12/06	-0,03210	06/03/07	0,30924	17/05/07	-0,04099
28/07/06	-0,01243	09/10/06	-0,01694	21/12/06	-0,02591	07/03/07	-0,04259	18/05/07	-0,01651
31/07/06	-0,03403	10/10/06	-0,01595	22/12/06	-0,02856	08/03/07	-0,07295	21/05/07	-0,01766
01/08/06	-0,01629	11/10/06	-0,02520	26/12/06	-0,02778	09/03/07	-0,05646	22/05/07	-0,03389
02/08/06	-0,02470	13/10/06	-0,01445	27/12/06	-0,01278	12/03/07	-0,03911	23/05/07	0,00691
03/08/06	-0,02561	16/10/06	-0,03132	28/12/06	0,00706	13/03/07	0,07794	24/05/07	0,20728
04/08/06	-0,03327	17/10/06	-0,02407	29/12/06	-0,03128	14/03/07	-0,04696	25/05/07	0,03029
07/08/06	-0,02232	18/10/06	-0,03143	02/01/07	0,24422	15/03/07	-0,08210	28/05/07	-0,07978
08/08/06	0,02439	19/10/06	-0,02194	03/01/07	-0,07579	16/03/07	-0,02882	29/05/07	-0,00938
09/08/06	-0,02883	20/10/06	-0,01344	04/01/07	0,05470	19/03/07	-0,02665	30/05/07	-0,06642
10/08/06	-0,03146	23/10/06	-0,03210	05/01/07	0,07019	20/03/07	-0,02964	31/05/07	-0,03844
11/08/06	-0,03112	24/10/06	-0,01927	08/01/07	0,04057	21/03/07	0,07726	01/06/07	0,05789
14/08/06	-0,01961	25/10/06	0,02139	09/01/07	-0,08138	22/03/07	-0,04701	04/06/07	0,07202
15/08/06	-0,00804	26/10/06	-0,02818	10/01/07	-0,06220	23/03/07	-0,01121	05/06/07	-0,01371
16/08/06	-0,02226	27/10/06	0,05299	11/01/07	-0,04374	26/03/07	-0,03371	06/06/07	-0,06859
17/08/06	-0,01778	30/10/06	-0,03192	12/01/07	-0,01694	27/03/07	-0,03235	08/06/07	0,11120
18/08/06	-0,03726	31/10/06	-0,00307	15/01/07	0,02051	28/03/07	-0,01794	11/06/07	0,08482
21/08/06	-0,02649	01/11/06	0,06697	16/01/07	-0,00510	29/03/07	-0,01922	12/06/07	-0,06677
22/08/06	-0,01933	03/11/06	0,00027	17/01/07	-0,01293	30/03/07	0,02241	13/06/07	0,07315
23/08/06	-0,00771	06/11/06	-0,02480	18/01/07	0,00934	02/04/07	-0,02620	14/06/07	-0,19224
24/08/06	-0,02686	07/11/06	-0,02917	19/01/07	-0,01777	03/04/07	-0,03155	15/06/07	0,04266
25/08/06	-0,02923	08/11/06	-0,00160	22/01/07	-0,00280	04/04/07	-0,02763	18/06/07	-0,04450
28/08/06	-0,03113	09/11/06	-0,02965	23/01/07	-0,03913	05/04/07	-0,03239	19/06/07	-0,02868
29/08/06	-0,02742	10/11/06	-0,03168	24/01/07	-0,03371	09/04/07	-0,01693	20/06/07	0,13712
30/08/06	-0,02337	13/11/06	-0,03565	25/01/07	0,31772	10/04/07	-0,02219	21/06/07	-0,16059
31/08/06	0,16529	14/11/06	0,04288	26/01/07	0,04483	11/04/07	-0,01134	22/06/07	0,03290
01/09/06	0,01504	16/11/06	-0,02927	29/01/07	-0,07512	12/04/07	-0,02577	25/06/07	0,28394
04/09/06	-0,01745	17/11/06	0,09658	30/01/07	-0,07922	13/04/07	0,03590	26/06/07	-0,04158
05/09/06	-0,02502	20/11/06	-0,03781	31/01/07	-0,05596	16/04/07	0,02307	27/06/07	-0,01176
06/09/06	-0,03565	21/11/06	0,00721	01/02/07	-0,09130	17/04/07	-0,02184	28/06/07	-0,08415
08/09/06	-0,03708	22/11/06	-0,02767	02/02/07	-0,07279	18/04/07	-0,00566	29/06/07	-0,06075
11/09/06	-0,02119	23/11/06	-0,03248	05/02/07	0,01003	19/04/07	0,78042	-	-
12/09/06	-0,00797	24/11/06	-0,00713	06/02/07	-0,01517	20/04/07	-0,01590	-	-

Figura 3 Gráficos dos resíduos dos modelos $AR(2)$ sem intervenção e de longa dependência, ajustados à série VaR Pré, no Período de julho/2005 a junho/2007.

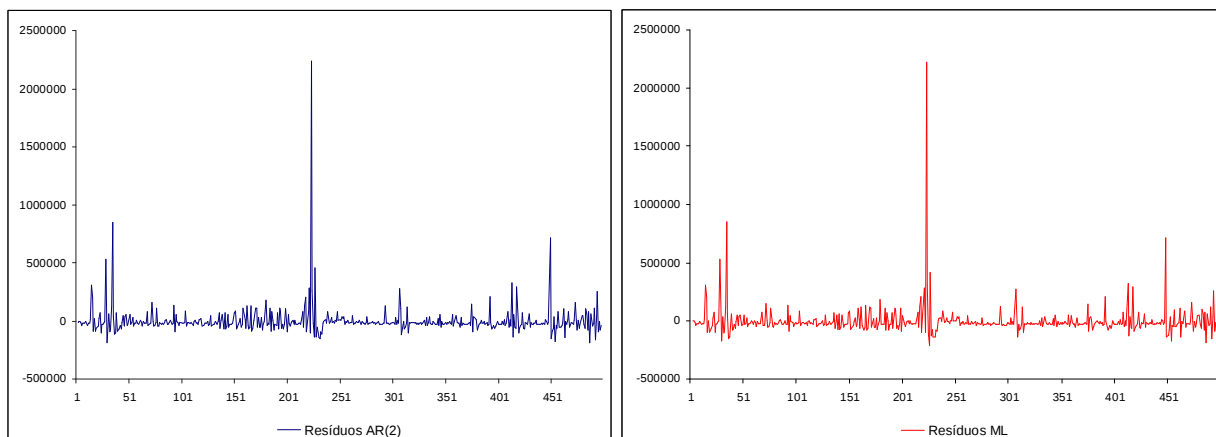


Figura 4 Gráficos dos resíduos, dos valores estimados e previsões do modelo $AR(1)$ com intervenção, ajustados à série VaR Pré, no período de julho/2005 a junho/2007.

